

# HIDROLOGIA EN LA INGENIERIA

Germán Monsalve Sáenz



*Hidrología en la Ingeniería*  
Primera edición: julio de 1995

UNIVERSIDAD NACIONAL  
BIBLIOTECA CENTRAL

240653

BOGOTÁ COLOMBIA

2000

*"Hay cuatro tipos de personas: aquéllas que se sientan en silencio y no hacen nada; aquéllas que hablan de sentarse en silencio sin hacer nada; aquéllas que hablan sobre hacer cosas, y aquéllas que hacen cosas".*

*Proverbio*

© Germán Monsalve Sáenz, 1995  
© Escuela Colombiana de Ingeniería, 1995  
Autopista Norte Kilómetro 13, costado occidental  
Fax 6760479  
Santafé de Bogotá, Colombia

Dirección editorial : Departamento de Publicaciones  
Escuela Colombiana de Ingeniería  
Diseño portada : Rodrigo Buenahora  
Armada Electrónica : Grupo Editorial 87  
Fotomecánica : Fotolito Villalobos

ISBN: 958-95742-1-1

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin autorización escrita de la Escuela Colombiana de Ingeniería.

Impreso por: Tercer Mundo Editores  
Impreso en Colombia - Printed in Colombia



## CONTENIDO

<b>CAPÍTULO 1. HIDROLOGÍA</b>	<b>19</b>
1.1 Definición	21
1.2 Ciclo hidrológico	
1.2.1 Definiciones	21
1.2.2 Esquema del ciclo hidrológico	22
1.3 Distribución del agua total en la Tierra de acuerdo con su naturaleza	25
1.4 Ecuación fundamental de la hidrología	25
1.5 Historia de la hidrología	26
1.6 Aplicaciones de la hidrología	26
1.7 Varios	29
<b>CAPÍTULO 2. CUENCAS HIDROGRÁFICAS</b>	<b>31</b>
2.1 Generalidades	33
2.2 Regiones hidrológicas	33
2.2.1 Hoya hidrográfica	33
2.2.2 Divisorias	35
2.2.3 Clasificación de los cursos de agua	36
2.3 Características físicas de una hoya hidrográfica	37
2.3.1 Área de drenaje (A)	37
2.3.2 Forma de la hoya	37
2.3.2.1 Índice de Gravelius o coeficiente de compacidad ( $K_c$ )	37
2.3.2.2 Factor de forma ( $K_f$ )	38
2.3.3 Sistema de drenaje	38
2.3.3.1 Orden de las corrientes de agua	38
2.3.3.2 Densidad de drenaje ( $D_d$ )	39
2.3.3.3 Extensión media de la escorrentía superficial	39
2.3.3.4 Sinuosidad de las corrientes de agua	40

2.3.4	Características del relieve de una hoya	40
2.3.4.1	Pendiente de la hoya	40
2.3.4.2	Curva hipsométrica	44
2.3.4.3	Elevación media de la hoya	46
2.3.4.4	Pendiente de la corriente principal	47
2.3.4.5	Rectángulo equivalente	50
2.3.5	Suelos	53
2.3.6	Hoyas representativa y experimental	54
2.3.6.1	Hoya representativa	54
2.3.6.2	Hoya experimental	55
<b>CAPÍTULO 3. PRECIPITACIÓN</b>		57
3.1	Generalidades	59
3.2	Factores climáticos	59
3.2.1	Atmósfera	59
3.2.2	Circulación general de la atmósfera y vientos	60
3.2.3	Humedad atmosférica	63
3.2.3.1	Distribución geográfica de la humedad	70
3.2.3.2	Variación de la humedad en el tiempo	70
3.2.4	Temperatura y transporte de energía en la atmósfera	70
3.2.4.1	Distribución vertical de la temperatura	73
3.2.4.2	Distribución geográfica de la temperatura	77
3.2.4.3	Variación de la temperatura con el tiempo	78
3.2.5	Viento	79
3.3	Precipitación, formación y tipos	79
3.3.1	Formación de las precipitaciones	79
3.3.2	Tipos de precipitaciones	80
3.3.2.1	Precipitaciones convectivas	80
3.3.2.2	Precipitaciones orográficas	81
3.3.2.3	Precipitación por convergencia	81
3.3.3	Distribución geográfica de la precipitación	82
3.4	Medidas pluviométricas	83
3.4.1	Datos faltantes	84
3.4.2	Análisis de dobles masas	84
3.5	Análisis estadístico de datos hidrológicos	87
3.5.1	Presentación y análisis de datos	87
3.5.2	Distribuciones de probabilidad de interés en hidrológica	89
3.5.2.1	Normal o Gauss	89
3.5.2.2	Log-normal	94
3.5.2.3	Gumbel o de valores extremos	97
3.5.2.4	Log-Gumbel	101
3.5.2.5	Distribución log-Pearson tipo III	103
3.5.2.6	Distribución Pearson tipo III	103
3.5.3	Frecuencia de lluvias	104
3.5.3.1	Frecuencia de lluvias totales anuales	104
3.5.3.2	Frecuencia de lluvias máximas anuales	104
3.5.4	Frecuencia de ocurrencia y riesgo	104

3.6	Variación de la precipitación	106
3.6.1	Variación geográfica	106
3.6.2	Variación temporal	106
3.7	Precipitación media sobre una hoya	106
3.7.1	Método aritmético	106
3.7.2	Método de polígonos de Thiessen	106
3.7.3	Método de isoyetas	107
3.8	Análisis de lluvias intensas	108
3.8.1	Variación de la intensidad con la duración	108
3.8.2	Variación de la intensidad con la frecuencia	108
3.8.2.1	Series anuales y series parciales	108
3.8.2.2	Relación intensidad-frecuencia	109
3.8.3	Relación intensidad-duración-frecuencia	110
3.8.4	Estudio de intensidades	114
3.8.4.1	Hietogramas	114
3.8.4.2	Estudio de intensidades de lluvia en una cuenca	115

#### ANEXO CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS HIDROLÓGICAS

I	Introducción	119
II	Distribución normal	120
III	Distribución logarítmico-normal (log-normal)	121
IV	Distribución Pearson tipo III	121
V	Distribución log-Pearson tipo III	123
VI	Distribución Gumbel	126

#### CAPÍTULO 4. INFILTRACIÓN

4.1	Generalidades	131
4.2	Distribución de la precipitación en el suelo	131
4.3	Parámetros característicos de la infiltración	134
4.3.1	Capacidad de infiltración o tasa de infiltración	134
4.3.2	Velocidad de infiltración	134
4.4	Métodos de medición de la capacidad de infiltración	135
4.4.1	Infiltrómetros	135
4.4.2	Medida de la capacidad de infiltración en una hoya por medio de la separación de las componentes del hidrograma	137
4.5	Factores que intervienen en la capacidad de infiltración	137
4.6	Ecuación de la curva de capacidad de infiltración contra tiempo	139
4.7	Índice $\phi$ de infiltración	140

#### CAPÍTULO 5. EVAPORACIÓN Y EVAPOTRANSPIRACIÓN

5.1	Introducción	145
5.2	Definición y factores físicos	145



5.2.1	Definición	145
5.2.2	Interpretación del fenómeno	146
5.2.3	Explicación del fenómeno	146
5.2.4	Condiciones básicas para la ocurrencia del mecanismo de evaporación	147
5.3	Influencias meteorológicas	148
5.3.1	Temperatura de la superficie	148
5.3.2	Temperatura y humedad del aire	149
5.3.3	Viento	149
5.3.4	Otros	149
5.4	Definiciones básicas	149
5.4.1	Evaporación potencial	149
5.4.2	Transpiración	149
5.4.3	Evapotranspiración	150
5.4.3.1	Evapotranspiración potencial	150
5.4.3.2	Evapotranspiración real	150
5.5	Fórmula general de evaporación	150
5.6	Determinación de evaporación y evapotranspiración	151
5.6.1	Métodos de estimación	151
5.6.1.1	Método aerodinámico	151
5.6.1.2	Método de balance energético	152
5.6.1.3	Método de Penman	154
5.6.1.4	Método de Thornthwaite	166
5.6.1.5	Método de Blaney y Criddle	166
5.6.1.6	Fórmula de Turc	170
5.6.2	Métodos de medida	171
5.6.2.1	Aparatos	171
5.6.2.2	Método de balance hídrico	172
<b>CAPÍTULO 6.</b>	<b>ESCORRENTÍA SUPERFICIAL</b>	<b>175</b>
6.1	Generalidades	177
6.1.1	Factores que influyen en la escorrentía superficial	177
6.1.1.1	Factores climáticos	178
6.1.1.2	Factores fisiográficos	178
6.1.1.3	Factores humanos	178
6.1.2	Variables que caracterizan la escorrentía superficial	179
6.1.2.1	Caudal, $Q$	179
6.1.2.2	Cociente de escorrentía superficial, $C$	180
6.1.2.3	Tiempo de concentración, $t_c$	180
6.1.2.4	Período de retorno, $T$	180
6.1.2.5	Nivel de agua, $h$	180
6.2	Hidrogramas	181
6.2.1	Análisis de hidrogramas de creciente	181
6.2.2	Separación de las componentes del hidrograma	185
6.2.2.1	Forma del hidrograma de agua subterránea	185
6.2.2.2	Métodos más utilizados para la separación de las componentes del hidrograma	186

6.2.2.3	Determinación del punto E de inicio de la curva de agotamiento	188
6.2.3	Curva de agotamiento de agua de un acuífero	192
6.2.4	Clasificación de crecientes	192
6.3	Medidas de caudales	193
6.3.1	Vertederos	193
6.3.2	Molinetes	195
6.3.3	Curva de calibración de caudales líquidos	196
6.3.4	Establecimiento de estaciones hidrométricas	198
6.4	Estimación de la escorrentía superficial a través de los datos de lluvia	198
6.4.1	Fórmula racional	198
6.4.2	Fórmulas empíricas	200
6.4.3	Hidrograma unitario de una hoya	201
6.4.3.1	Definición	201
6.4.3.2	Generalidades	201
6.4.3.2.1	Teoría clásica de linealidad	201
6.4.3.2.2	Hidrogramas unitarios producidos por una lluvia neta de 1 mm de altura	204
6.4.3.3	Duración de la lluvia neta	206
6.4.3.4	Tiempo de retardo de la hoya	206
6.4.3.5	Duración crítica de la lluvia neta adoptada en la definición del hidrograma unitario	206
6.4.3.6	Curvas S y la transformación de hidrogramas	207
6.4.3.6.1	Definición	207
6.4.3.6.2	Procedimiento	208
6.4.3.6.3	Determinación de la duración crítica de la lluvia neta por medio de la utilización de las curvas S	210
6.4.3.7	Ejemplos de cálculos analíticos de curvas S	210
6.4.3.7.1	Caso en que la duración de la lluvia neta $t_i$ es igual al intervalo de tiempo $\Delta t$ para descripción del hidrograma unitario (caso 1)	211
6.4.3.7.2	Caso en que la duración de la lluvia neta $t_i$ es diferente y mayor del intervalo de tiempo $\Delta t$ para descripción del hidrograma unitario (caso 2)	212
6.4.3.8	Ejemplos de cálculos analíticos de hidrogramas unitarios	215
6.4.3.8.1	Ejemplo 1	215
6.4.3.8.2	Ejemplo 2	219
6.4.3.9	Hidrograma unitario sintético-Método de Snyder	222
6.4.3.10	Gráfica de distribución	223

## CAPÍTULO 7. ESTIMACIÓN DE CRECIENTES

### 7.1 Crecientes e inundaciones

7.1.1	Cálculo de una creciente	225
7.1.2	Pronóstico de crecientes	225
7.2	Período de retorno, T	226
7.3.	Análisis de la naturaleza de los datos de caudal	228
7.3.1	Diversos métodos de distribución de caudales máximos	229
7.3.2	Método de Fuller	229
7.4.	Métodos de pronóstico de crecientes basados en datos de lluvia	231
7.4.1	Hidrograma unitario	231
7.4.2	Fórmula racional	231
7.4.2.1	General	231
7.4.2.2	Lluvia total crítica media sobre una hoya	232
7.4.2.3	Métodos para el cálculo del tiempo de concentración	234
7.5	Fórmulas empíricas para cálculo de caudales de creciente	235
7.5.1	Fórmula de Burkli - Ziegler	236
7.5.2	Fórmula de Kresnik	236
7.5.3	Fórmula de Creager	237
7.5.4	Fórmula de Baird y McIlwraith	237
7.6	Control de las crecientes e inundaciones	237
7.6.1	Introducción	237
7.6.2	Causas de las crecientes	237
7.6.3	Métodos de combate contra las crecientes	238
7.6.3.1	Construcción de embalses	238
7.6.3.2	Mejoramiento de canales	238
7.6.3.3	Desviación hacia otra hoya	239
7.6.4	Legislación adecuada en el control de crecientes	239
7.6.5	Sistema de alarma en el control de crecientes	239
<b>CAPÍTULO 8. PROPAGACIÓN DE CRECIENTES</b>		241
8.1	Generalidades	243
8.2	Propagación de crecientes a través de embalses	243
8.2.1	Consideraciones teóricas	243
8.2.2	Consideraciones prácticas	248
8.2.2.1	Análisis teórico	248
8.2.2.2	Análisis práctico	251
8.2.2.3	Rebosadero con compuertas	254
8.3	Propagación de crecientes en ríos y canales	255
8.3.1	Consideraciones teóricas	255
8.3.2	Método de Muskingum	256
8.3.2.1	Descripción	256
8.3.2.2	Formulación de la forma de trabajo de la ecuación de tránsito de Muskingum	259
8.3.2.3	Estimaciones de k y X	261
8.3.2.4	Guías generales	265
8.3.2.5	Ejemplo de procedimiento de cálculo-método de Muskingum	268

<b>CAPÍTULO 9. RÉGIMEN DE CORRIENTES DE AGUA</b>		271
9.1	Generalidades	273
9.1.1	Factores geológicos	274
9.1.2	Factores pluviométricos	274
9.1.3	Otros factores	275
9.1.3.1	Humedad del suelo	275
9.1.3.2	Temperatura	275
9.1.3.3	Topografía	275
9.1.3.4	Tipo de vegetación	275
9.1.3.5	Forma de la hoya	275
9.1.3.6	Dirección de la lluvia asociada a la forma de la hoya, cadenas de montañas, vientos predominantes, etc.	275
9.2	Diagrama de frecuencias	275
9.3	Curva de duración o permanencia de caudales	278
9.3.1	Definición	278
9.3.2	Utilización de curvas de duración de caudales para deducción de características de cuencas hidrográficas	279
9.3.3	Extensión de curva de duración de caudales de período de registro corto a período de registro largo	281
9.3.4	Determinación de una curva de duración de caudales en una hoya hidrográfica en caso de inexistencia de datos de caudal	282
9.4	Curva de utilización	283
9.5	Caudales y volúmenes perdidos y deficitarios	284
9.5.1	Caudal y volumen perdido promedio	285
9.5.2	Caudal y volumen deficitario promedio	285
9.5.3	Relaciones caudal derivable contra caudal medio utilizable, caudal medio perdido y caudal medio deficitario	286
<b>CAPÍTULO 10. REGULACIÓN DE CAUDALES Y CONTROL DE SEQUÍAS</b>		289
10.1	Generalidades	291
10.2	Cálculo del volumen de un embalse para atender a una ley de regulación	292
10.2.1	Método analítico	292
10.2.2	Diagrama de masas	294
10.3.	Volúmenes actuales de embalse	297
10.3.1	Método analítico	297
10.3.2	Diagrama de masas	297
10.4.	Regulación máxima	300
10.5.	Control de sequías	301
<b>CAPÍTULO 11. GENERACIÓN SINTÉTICA DE CAUDALES</b>		305
11.1.	Generalidades	307
11.2.	Procedimiento de Monte-Carlo	307



11.3. Fenómeno de persistencia	309
11.4. Modelo de Thomas-Fiering	311
11.5. Otros modelos	312
11.6. Generación de números aleatorios	313
11.6.1 Números distribuidos uniformemente	313
11.6.2 Números normalmente distribuidos	313
11.7. Ejemplo de generación sintética de caudales anuales	314
<b>CAPÍTULO 12. TRANSPORTE DE SEDIMENTOS</b>	<b>317</b>
12.1. Introducción	319
12.2. Hidráulica de canales erosionables	319
12.3. Transporte sólido	321
12.3.1 Transporte de sedimentos en suspensión	322
12.3.2 Transporte de sedimentos de fondo	325
12.3.3 Clasificación del transporte de sedimentos según mecanismo y según origen	325
12.3.4 Tasa de abastecimiento de sedimento y capacidad de flujo para transportarlo	326
12.3.5 Fórmulas de transporte de material de fondo	328
12.3.6 Fórmula de Laursen para transporte total	333
12.3.7 Conclusiones	334
12.4. Medidas de concentración de sedimentos	336
12.4.1 Muestreadores de sedimentos en suspensión	336
12.4.2 Muestreadores de sedimento depositado en el lecho de los ríos	336
12.4.3 Medida de la carga total de sedimento por eliminación del sedimento del lecho	336
12.5. Colmatación de embalses	336
<b>CAPÍTULO 13. AGUAS SUBTERRÁNEAS</b>	<b>341</b>
13.1. Generalidades	343
13.2. Modos de ocurrencia de aguas subterráneas	344
13.2.1 Acuífero freático	344
13.2.2 Acuífero artesiano	344
13.3. Coeficientes que definen un acuífero	345
13.3.1 Coeficiente de transmisibilidad (T)	346
13.3.2 Coeficiente de almacenamiento (S)	346
13.4. Determinación de los coeficientes de Almacenamiento (S) y transmisibilidad (T)	347
13.4.1 Lineamientos teóricos	347
13.4.2 Ejemplo	349
<b>CAPÍTULO 14. HIDROMETRÍA E INSTRUMENTACIÓN</b>	<b>355</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>359</b>

## PREFACIO

El libro *Hidrología en la Ingeniería* se ofrece, en primer lugar, como texto para estudiantes de cursos de hidrología en los niveles de pregrado y posgrado en las carreras de ingeniería civil, ingeniería agrícola, ingeniería forestal, agronomía y ciencias afines y, en segundo lugar, como guía de diseño para hidrólogos dedicados a la consultoría. El libro cubre los elementos básicos del ciclo hidrológico, describiendo los principios científicos que gobiernan los fenómenos hidrológicos, y adicionalmente presenta las técnicas más utilizadas en la práctica respecto a la cuantificación de tales fenómenos aplicada a la solución de problemas en ingeniería. El texto, de acuerdo con la experiencia del autor en los campos de la hidrología, la hidráulica y los recursos hidráulicos, y la revisión bibliográfica pertinente, expone de manera balanceada el tratamiento y la cuantificación de las diferentes componentes del referido ciclo hidrológico, y trata problemas específicos de hidrología aplicada, tales como el cálculo de crecientes y su tránsito a través de embalses y corrientes de agua, el dimensionamiento de bocatomas y embalses, la generación sintética de caudales y el aprovechamiento de aguas subterráneas. El autor considera que una adecuada utilización de este libro redundará en mejores y más económicos diseños de obras civiles en Colombia. En los capítulos Nos. 1 a 6 se tratan los principios y componentes básicos del ciclo hidrológico, cubriendo respectivamente el ciclo hidrológico propiamente dicho, las características de las cuencas hidrográficas como unidades superficiales básicas para la cuantificación de los diferentes parámetros hidrológicos, y los fenómenos de precipitación, infiltración, evaporación y evapotranspiración, y escorrentía superficial. En los capítulos Nos. 7 a 13 se estudian problemas de hidrología aplicados a la ingeniería, abarcando en su orden los temas de estimación de crecientes y su

propagación a través de embalses y corrientes naturales de agua, el régimen de corrientes de agua relacionado con el diseño de bocatomas, la regulación de caudales y el control de sequías a través de embalses, la generación sintética de caudales, el transporte de sedimentos en corrientes de agua y el depósito de éstos en embalses, y el aprovechamiento de aguas subterráneas. Finalmente, en el capítulo No. 15 se mencionan los principales aparatos de medidas climatológicas e hidrométricas.

Debido a la gran extensión de los temas tratados por el libro y del desarrollo de las metodologías para la cuantificación tanto de los diferentes parámetros hidrológicos como de los problemas de hidrología aplicada propiamente dichos, no ha sido posible incluir ejemplos prácticos en los diferentes capítulos. Se espera que en un futuro próximo la obra pueda ser suplementada con ejercicios prácticos que involucren la definición de parámetros hidrológicos para diseños de obras civiles.

Muchas personas colaboraron en la edición de este libro, a quienes deseo expresar mi gratitud. Agradezco especialmente a la Escuela Colombiana de Ingeniería la oportunidad de publicar este libro, del cual sinceramente espero que sea de gran utilidad como texto universitario y como obra de consulta a nivel profesional para todas aquellas personas relacionadas con diseños de obras hidráulicas.

Dedico este libro a mi esposa Claudia y a mis hijos Alejandro, Daniel y Andrés.

# **CAPITULO 1**

## ***Hidrología***



## 1.1 DEFINICIÓN

**S**egún el Federal Council for Science and Technology:  
“La hidrología versa sobre el agua de la Tierra, su existencia y distribución, sus propiedades físicas y químicas, y su influencia sobre el medio ambiente, incluyendo su relación con los seres vivos. El dominio de la hidrología abarca la historia completa del agua sobre la Tierra”.

## 1.2 CICLO HIDROLÓGICO

### 1.2.1 Definiciones

Evaporación de agua:	Emisión de vapor de agua por una superficie libre a temperatura inferior a su punto de ebullición.
Transpiración:	Proceso por el cual el agua de la vegetación pasa a la atmósfera en forma de vapor.
Evapotranspiración:	Cantidad de agua transferida del suelo a la atmósfera por evaporación y por la transpiración de las plantas.
Condensación:	Transición del agua de la fase de vapor a la líquida.
Precipitación:	Agregado de partículas acuosas, líquidas o sólidas, cristalizadas o amorfas, que caen de una nube o grupo de nubes y alcanzan el suelo.
Intercepción:	Proceso por el cual la precipitación es detenida y retenida por la vegetación y estruc-

Almacenamiento  
por depresiones:  
Escorrentía:

turas, precipitación que se pierde por evaporación y transpiración antes de penetrar en el suelo.

Es el almacenamiento de agua que se presenta en las depresiones del terreno.

Parte de la precipitación que fluye por la superficie del terreno (escorrentía superficial) o por debajo de aquél (escorrentía subterránea).

Flujo subsuperficial:

Flujo que se presenta inmediatamente por debajo de la superficie del terreno.

Infiltración:

Formación de un paso de agua en forma de conducto a través de materiales naturales o artificiales, cuando las resultantes de todas las fuerzas que actúan sobre las partículas del suelo tienen una componente vertical en el sentido de la gravedad.

Percolación:

Flujo de líquido a través de un medio poroso, por ejemplo de agua en el suelo, bajo la acción de gradientes hidráulicos moderados; principalmente es un flujo debido a la acción de la gravedad.

Agua capilar:

La capilaridad es importante cuando se trata con medios porosos, con diámetro de partículas menor o igual a 10 mm. El líquido se eleva cuando la fuerza de adhesión de éste a las paredes del receptáculo contenedor es mayor que la fuerza de cohesión del líquido. Al contrario, cae cuando la fuerza de cohesión del líquido es mayor que la fuerza de adhesión de éste a las paredes del receptáculo contenedor.

Derretimiento:

Acción de volver líquida por medio de calor el agua en estado sólido, tal como nieve, granizo, etc.

Filtración:

Movimiento y paso de agua alrededor de estructuras.

### 1.2.2 Esquema del ciclo hidrológico

En las Figuras 1.1 y 1.2 se presentan dos diferentes esquemas del ciclo hidrológico, en los cuales se puede notar la interrelación de sus principales componentes.

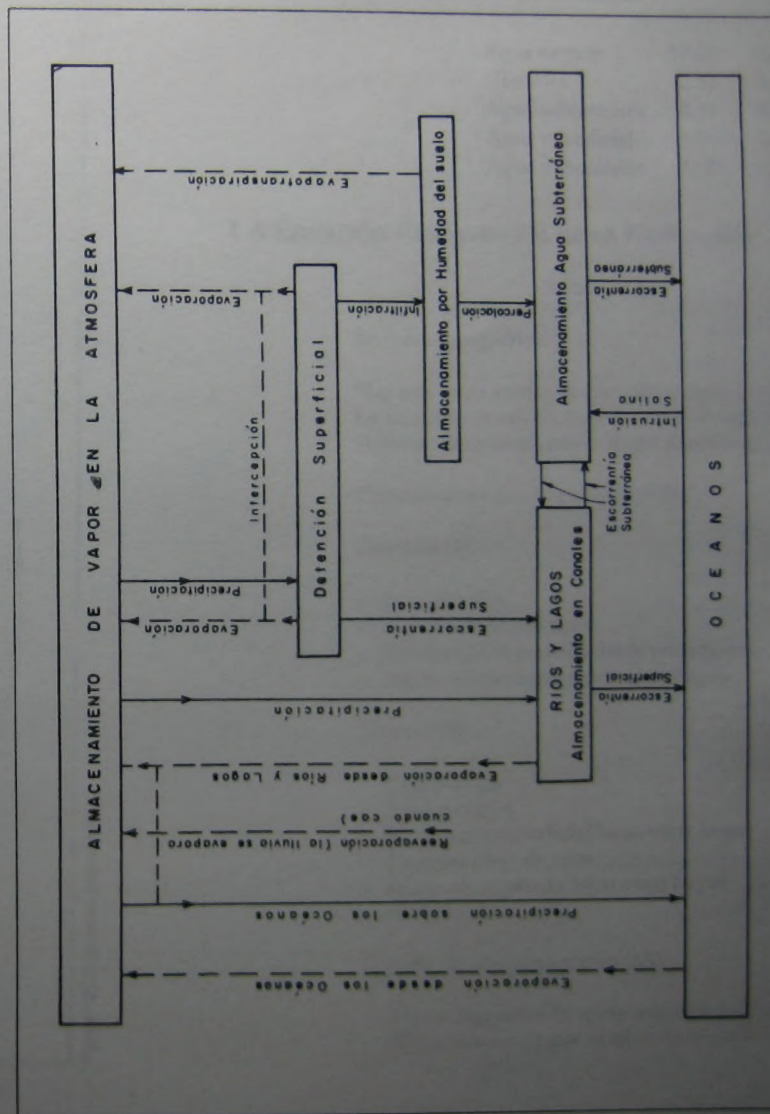


Figura 1.1. Ciclo hidrológico.



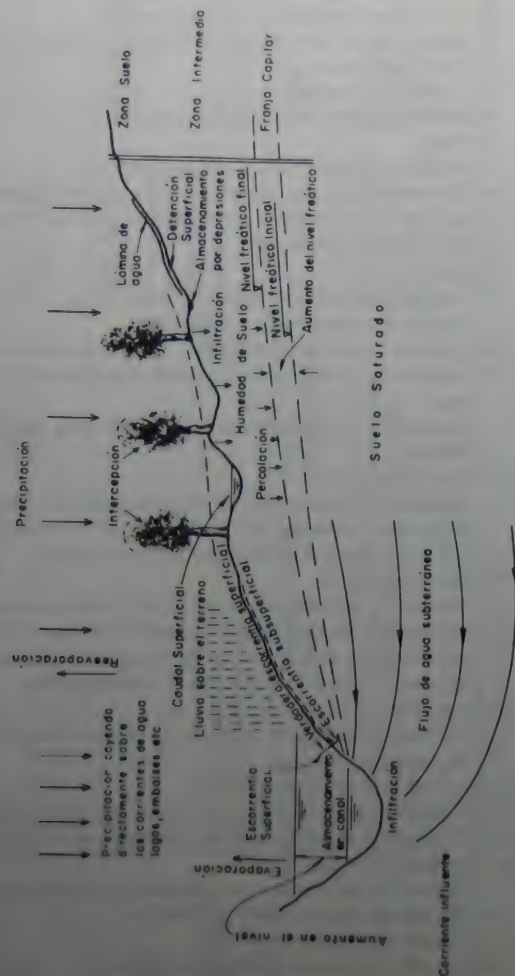


Figura 1.2. El proceso de escorrentía.

### 1.3 DISTRIBUCIÓN DEL AGUA TOTAL EN LA TIERRA DE ACUERDO CON SU NATURALEZA

Agua de mar	97.00	%
Glaciales	2.40	%
Agua subterránea	0.54	%
Agua superficial	0.06	%
Agua atmosférica	0.001	%

### 1.4 ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA HIDROLOGÍA

$$I - O = \Delta S / \Delta t \quad (1.1)$$

En palabras significa:

"Lo que entra menos lo que sale es igual al cambio de almacenamiento". La ecuación se calcula para un determinado período de tiempo y para un volumen de control, como el que se presenta en la Figura 1.3.

Considerando una hoya hidrográfica:

Entradas (I):

- Precipitación
- Importaciones de agua
- Escorrentía superficial desde otras hoya
- Aguas subterráneas desde otras hoya

Salidas (O):

- Evaporación
- Transpiración
- Escorrentía superficial hacia otras hoya
- Exportaciones de agua
- Aguas subterráneas hacia otras hoya
- Infiltración

Cambio de almacenamiento ( $\Delta S$ )

- Almacenamiento de aguas subterráneas
- Almacenamiento por cambio de humedad del suelo

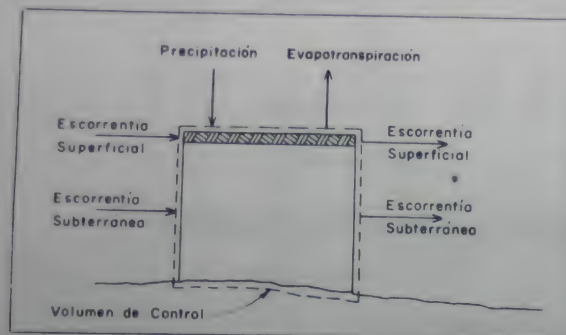


Figura 1.3 Volumen de control para la aplicación de la ecuación fundamental de la hidrología

- Almacenamiento superficial en embalses, en canales y en la propia escorrentía superficial

## 1.5 HISTORIA DE LA HIDROLOGÍA

- Platón y Aristóteles hablaron del ciclo del agua pero incurrieron en el error de decir que las aguas que corren son mayores que las que se precipitan en forma de lluvia.
- En 1500, Leonardo Da Vinci habla por primera vez del ciclo hidrológico.
- En 1650, Perrault efectuó medidas en el río Sena y estableció que:

$$Q = (1/6) P \quad (1.2)$$

En donde, Q: caudal  
P: precipitación

- En 1700, Edmund Halley (astrónomo) estableció que la evaporación daba para alimentar el caudal de todos los ríos conocidos. Es decir, estableció una relación entre evaporación, precipitación y caudal.
- En 1930 comienza el desarrollo cuantitativo de la hidrología.

## 1.6 APLICACIONES DE LA HIDROLOGÍA

- Escogencia de fuentes de abastecimiento de agua para uso doméstico o industrial

- Estudio y construcción de obras hidráulicas
  - Fijación de las dimensiones hidráulicas de obras de ingeniería, tales como puentes, etc.
  - Proyectos de presas.
  - Establecimiento de métodos de construcción.
- Drenaje
  - Estudio de características del nivel freático.
  - Examen de las condiciones de alimentación y de escurrimiento natural del nivel freático: precipitación, hoya de contribución y nivel de agua de las corrientes.
- Irrigación
  - Escogencia de agua necesaria.
  - Estudio de evaporación e infiltración.
- Regulación de los cursos de agua y control de inundaciones
  - Estudio de variaciones de caudal y previsión de crecientes máximas.
  - Examen de las oscilaciones del nivel de agua y de las áreas de inundación.
- Control de polución
  - Análisis de la capacidad de recepción de los cuerpos receptores de efluentes de sistemas de agua de desecho: caudales mínimos, capacidad de reaeración y velocidad de escurrimiento.
- Control de erosión
  - Análisis de intensidad y frecuencia de precipitaciones máximas; determinación de coeficientes de escorrentía superficial.
  - Estudio de la acción erosiva de las aguas, y de la protección contra ésta por medio de la vegetación y otros recursos.
- Navegación
  - Obtención de datos y estudios sobre construcción y mantenimiento de canales navegables.
- Aprovechamiento hidroeléctrico
  - Caudales máximos, mínimos y promedio de los cursos de agua para el estudio económico y el dimensionamiento de las instalaciones del aprovechamiento.
  - Estudio de sedimentos para determinación de embalse muerto.
  - Estudio de evaporación e infiltración.
  - Estudio de oleaje en embalses.
- Operación de sistemas hidráulicos complejos
- Recreación y preservación del medio ambiente
- Preservación y desenvolvimiento de la vida acuática

En el Cuadro 1.1 se presentan estudios hidrológicos requeridos en proyectos de propósito múltiple.



Estudio		1	2	3	4	5
PROPOSITO		PRECIPITACION	EVAPORACION	INFILTRACION	CAUDALES, NIVELES	CONDICIONES DE AGUAS SUBTERRANEAS
1. Erosión del suelo		Intensidad y duración	Humedad del suelo	Capacidad de infiltración	-	-
2. Control de crecientes		Altura de precipitación de la tormenta, intensidad y duración	-	Tasa de infiltración actual	Frecuencia de caudales máximos.	Infiltración entrante.
3. Navegación		-	-	-	Hidrograma de niveles. Curva de duración de niveles. Niveles mínimos.	Infiltración de agua a través de canales.
4. Hidroelectricidad		Precipitación y evaporación sobre el área de drenaje, y evaporación desde el área del embalse.	-	-	Promedios.	Infiltración a través de presas.
5. Drenaje		Frecuencia de tormenta, intensidad, duración.	Altura del drenaje anual.	Tasa de infiltración actual.	-	Niveles
6. Irrigación		Varación anual de la precipitación; temporadas de cosecha.	Máxima evaporación. Transpiración	Pérdidas por infiltración.	Años húmedos y secos. Niveles en la tabla de agua.	Pérdidas por percolación. Nivel de la tabla de agua.
7. Abastecimiento de aguas		Precipitación y evaporación sobre el área de drenaje, y evaporación desde el área del embalse.	-	-	Años húmedos y secos.	Rendimiento seguro.
8. Embalse de agua subterránea		Precipitación anual sobre el área de abastecimiento.	Evaporación anual del área de abastecimiento.	Infiltración anual. Recarga.	Infiltración entrante y saliente.	Almacenamiento.

## 1.7 VARIOS

- La hidrología se divide en dos grandes ramas:
  - Superficial
  - Subterránea
- El agua se encuentra dentro de la naturaleza en tres estados:
  - Sólido
  - Líquido
  - Gaseoso
- La hidrología está interrelacionada con muchas otras ciencias, entre las cuales se encuentran la meteorología, la climatología, la geología, la hidráulica, la oceanografía, y el cálculo de probabilidades y la estadística, para el estudio del comportamiento del agua en la naturaleza. Su interrelación se presenta a continuación en la Figura 1.4.

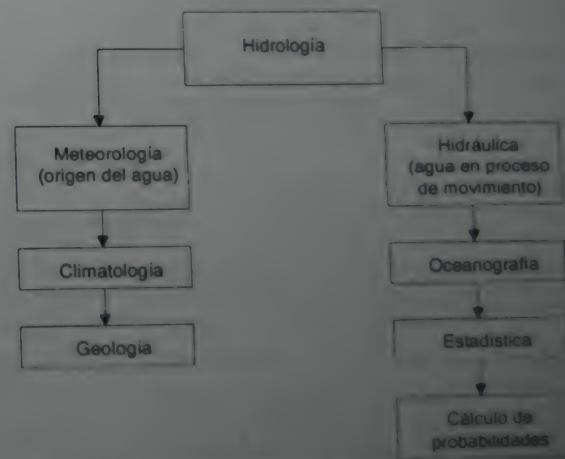


Figura 1.4 Interrelación de la hidrología con otras ciencias.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
DE LA PLATA

PROCESO DE  
6 0 14

## **CAPITULO 2**

***Cuencas  
hidrográficas***



## 2.1 GENERALIDADES

El objetivo de este capítulo es definir las regiones hidrológicas, las cuales pueden ser circunscritas por límites políticos o topográficos, o ser arbitrariamente determinadas. Se persigue también la definición de sus características físicas, procurando medir numéricamente las influencias de dichas características, con la finalidad de conocer algunos índices que sirvan de comparación entre regiones hidrológicas.

## 2.2 REGIONES HIDROLÓGICAS

### 2.2.1 Hoya hidrográfica

Una hoya hidrográfica es un área definida topográficamente, drenada por un curso de agua o un sistema conectado de cursos de agua, tal que todo el caudal efluente es descargado a través de una salida simple.

Ilustración inicial: modelo teórico

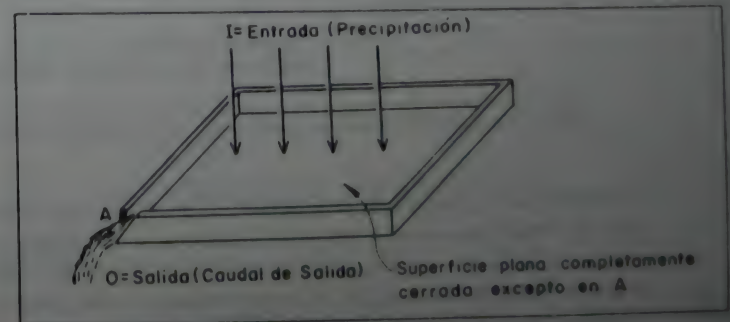


Figura 2.1. Modelo de sistema hidrológico simple

Aplicando la ecuación fundamental de la hidrología, se tiene:

$$I - O = \Delta S / \Delta t \quad (2.1)$$

Se exige que una altura mínima se acumule en la superficie para que haya escorrentía en A.

En este sistema toda la precipitación será transformada en caudal, siempre y cuando sean despreciables las pérdidas por evaporación durante el tiempo de "entrada".

### Ilustración real: modelo práctico

Pérdidas diversas ocurren durante el proceso.

El proceso de evaporación se presenta desde que se inicia la precipitación.

Por otro lado, la superficie del terreno no es tan plana como la del modelo ideal. Existen depresiones en el terreno; al caer el agua y acumularse, puede ser evaporada o infiltrada en éste. Además, cuando el agua llega a una corriente y se transforma en escorrentía, continúa sufriendo el proceso de evaporación, en cantidades que pueden no ser despreciables.

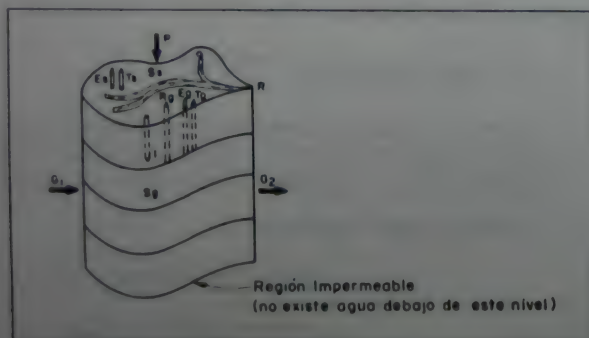


Figura 2.2 Esquema de balance hídrico.

También en el proceso de infiltración, al penetrar en el suelo, el agua sigue diversos caminos, quedando almacenada temporalmente en dicho medio; de ahí, por medio del proceso de percolación, continúa a estratos más profundos, formando el nivel freático, o se mueve lateralmente, como escorrentía subterránea, y puede surgir superficialmente como fuente de escorrentía superficial o, según la localización de la divisoria del nivel freático, escurrir hacia otra hoya.

a. Balance hídrico encima de la superficie

$$P - R - R_g - E_s - T_s - I = S_s \quad (2.2)$$

b. Balance hídrico debajo de la superficie

$$I + G_1 - G_2 - R_g - E_g - T_g = S_g \quad (2.3)$$

c. Balance hídrico en la hoya hidrográfica

$$P - R - (E_s + E_g) - (T_s + T_g) + (G_1 - G_2) = (S_s + S_g) \quad (2.4)$$

en donde:

- P: Precipitación
- R: Escorrentía superficial
- E: Evaporación
- T: Transpiración
- I: Infiltración
- S: Almacenamiento
- G<sub>1</sub>: Escorrentía subterránea entrante
- G<sub>2</sub>: Escorrentía subterránea saliente
- R<sub>g</sub>: Escorrentía subsuperficial que aparece como escorrentía superficial

Los subíndices s y g significan el origen del vector, respectivamente encima y abajo de la superficie del suelo.

### 2.2.2 Divisoria

Se designa como divisoria la línea que separa las precipitaciones que caen en hoyas inmediatamente vecinas, y que encaminan la escorrentía resultante para uno u otro sistema fluvial. La divisoria sigue una línea rígida, atravesando el curso de agua solamente en el punto de salida. La divisoria une los puntos de máxima cota entre hoyas, lo que no impide que en el interior de una hoya existan picos aislados con una cota superior a cualquier punto de la divisoria.

Los terrenos de una hoya son delimitados por dos tipos de divisoria: divisoria topográfica o superficial, y divisoria freática o subterránea. Esta última establece los límites de los embalses de agua subterránea, de donde se deriva el caudal base de la hoya. Las dos divisorias difícilmente coinciden. La divisoria freática varía con la posición del nivel freático. Se acostumbra delimitar el área de drenaje de una hoya de acuerdo con su divisoria topográfica.





Figura 2.3 Corte transversal de una hoya hidrográfica.

El nivel freático es el nivel que se establece debajo de la superficie del terreno por acumulación de agua. Sobre un acuífero freático actúa la presión atmosférica. El caudal base es el caudal dado por el nivel freático. En muchos casos la pérdida de agua en una parte de la hoya es compensada por ganancias en otras partes. En grandes hoyas la magnitud de la diferencia entre pérdidas y ganancias debida a divisorias topográficas y freáticas es usualmente pequeña.

### 2.2.3 Clasificación de los cursos de agua

Con base en la constancia de la escorrentía, los cursos de agua se pueden dividir en:

#### a. Perennes:

- Corrientes con agua todo el tiempo.

El nivel de agua subterráneo mantiene una alimentación continua y no desciende nunca debajo del lecho del río.

#### b. Intermitentes:

- Corrientes que escurren en estaciones de lluvia y se secan durante el verano.
- El nivel de agua subterráneo se conserva por encima del nivel del lecho del río sólo en la estación lluviosa. En verano el escurrimiento cesa, u ocurre solamente durante o inmediatamente después de las tormentas.

#### c. Efímeros

- Existen apenas durante o inmediatamente después de los periodos de precipitación, y sólo transportan escurrimiento superficial

- El nivel de agua subterráneo se encuentra siempre debajo del nivel inferior del lecho de la corriente; no hay, por lo tanto, posibilidad de escurrimiento subterráneo

## 2.3 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE UNA HOYA HIDROGRÁFICA

Estas características dependen de la morfología (forma, relieve, red de drenaje, etc.), los tipos de suelos, la capa vegetal, la geología, las prácticas agrícolas, etc. Estos elementos físicos proporcionan la más conveniente posibilidad de conocer la variación en el espacio de los elementos del régimen hidrológico.

### 2.3.1 Área de drenaje (A)

Es el área plana (proyección horizontal) incluida entre su divisoria topográfica.

### 2.3.2 Forma de la hoya

Esta característica es importante pues se relaciona con el tiempo de concentración, el cual es el tiempo necesario, desde el inicio de la precipitación, para que toda la hoya contribuya a la sección de la corriente en estudio, o, en otras palabras, el tiempo que toma el agua desde los límites más extremos de la hoya hasta llegar a la salida de la misma.

#### 2.3.2.1 Índice de Gravelius o coeficiente de compacidad ( $K_c$ )

Es la relación entre el perímetro de la hoya y la longitud de la circunferencia de un círculo de área igual a la de la hoya.

$$A = \pi r^2 \quad r = (A/\pi)^{1/2} \quad (2.5)$$

$$K_c = P/(2\pi r) \quad (2.6)$$

Substituyendo (2.5) en (2.6)

$$K_c = P/(2\pi (A/\pi)^{1/2}) \quad K_c = 0.28 P/A^{1/2} \quad (2.7)$$

en donde:

- P: perímetro de la hoya, en km  
A: área de drenaje de la hoya, en km<sup>2</sup>

Cuanto más irregular sea la hoya mayor será su coeficiente de compacidad. Una hoya circular posee el coeficiente mínimo, igual a uno. Hay mayor tendencia a las crecientes en la medida en que este número sea próximo a la unidad.

### 2.3.2.2 Factor de forma ( $K_f$ )

Es la relación entre el ancho medio y la longitud axial de la hoya. La longitud axial de la hoya se mide cuando se sigue el curso de agua más largo desde la desembocadura hasta la cabecera más distante en la hoya.

El ancho medio,  $B$ , se obtiene cuando se divide el área por la longitud axial de la hoya.

$$K_f = B/L \quad (2.8)$$

$$B = A/L \quad (2.9)$$

$$K_f = A/L^2 \quad (2.10)$$

en donde:

$B$ : ancho medio, en km

$L$ : longitud axial de la hoya, en km

$A$ : área de drenaje, en  $\text{km}^2$

Una hoya con factor de forma bajo está menos sujeta a crecientes que otra del mismo tamaño pero con mayor factor de forma.

## 2.3.3 Sistema de drenaje

Está constituido por el río principal y sus tributarios.

### 2.3.3.1 Orden de las corrientes de agua

Refleja el grado de ramificación o bifurcación dentro de una hoya.

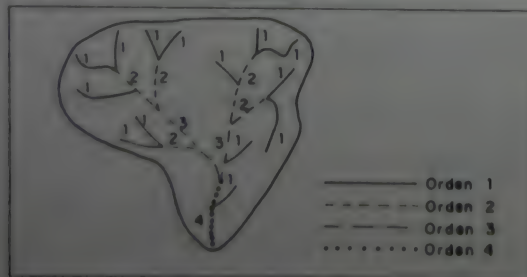


Figura 2.4. Clasificación de corrientes de agua

Corrientes de primer orden: Pequeños canales que no tienen tributarios.

Corrientes de segundo orden: Cuando dos corrientes de primer orden se unen.

Corrientes de tercer orden: Cuando dos corrientes de segundo orden se unen.

Corrientes de orden  $n + 1$ : Cuando dos corrientes de orden  $n$  se unen.

### 2.3.3.2 Densidad de drenaje ( $D_d$ )

Es la relación entre la longitud total de los cursos de agua de la hoya y su área total.

$$D_d = L/A, \text{ en km/km}^2. \quad (2.11)$$

en donde:

$L$ : longitud total de las corrientes de agua, en km

$A$ : área total de la hoya, en  $\text{km}^2$

$D_d$  usualmente toma valores entre 0.5  $\text{km/km}^2$  para hoyas con drenaje pobre hasta 3.5  $\text{km/km}^2$  para hoyas excepcionalmente bien drenadas.

### 2.3.3.3 Extensión media de la escorrentía superficial

Se define como la distancia media en que el agua de lluvia tendría que escurrir sobre los terrenos de una hoya, en caso de que la escorrentía se diese en línea recta desde donde la lluvia cayó hasta el punto más próximo al lecho de una corriente cualquiera de la hoya. Considerando que una hoya de área  $A$  pueda ser representada por un área de drenaje rectangular, y teniendo un curso de agua de longitud  $L$  igual a la longitud total de las corrientes de agua dentro de ella, que pasa por su centro, como se muestra en la Figura 2.5, la extensión media de la escorrentía superficial será:

$$A = 4LE \Rightarrow E = A/4L \quad (2.12)$$

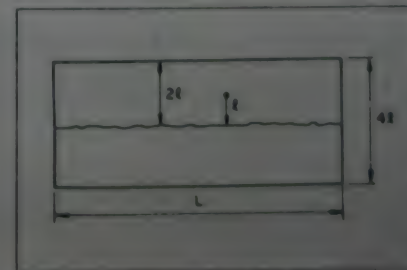


Figura 2.5. Extensión media de la escorrentía superficial



en donde:

- L: extensión media de la escorrentía superficial, en km
- L: longitud total de las corrientes de agua en la hoya hidrográfica, en km
- A: área de drenaje total de la hoya, en km<sup>2</sup>

### 2.3.3.4 Sinuosidad de las corrientes de agua

Es la relación entre la longitud del río principal medida a lo largo de su cauce,  $L$ , y la longitud del valle del río principal medida en línea curva o recta,  $L_t$ .

$$S = L/L_t \quad \text{Valor adimensional} \quad (2.13)$$

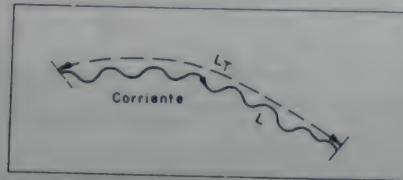


Figura 2.6. Sinuosidad de las corrientes de agua.

Este parámetro da una medida de la velocidad de la escorrentía del agua a lo largo de la corriente.

Un valor de  $S$  menor o igual a 1.25 indica una baja sinuosidad. Se define, entonces, como un río con alineamiento "recto".

### 2.3.4 Características del relieve de una hoya

#### 2.3.4.1 Pendiente de la hoya

Esta característica controla en buena parte la velocidad con que se da la escorrentía superficial y afecta, por lo tanto, el tiempo que lleva el agua de la lluvia para concentrarse en los lechos fluviales que constituyen la red de drenaje de las hoyas.

El más completo de los métodos que puede ser usado para la obtención de los valores representativos de las pendientes de los terrenos de una hoya es el de las cuadrículas asociadas a un vector. Este método consiste en determinar la distribución porcentual de las pendientes de los terrenos por medio de una muestra estadística de las pendientes normales a las curvas de nivel de un número grande de puntos dentro de la hoya.

Los pasos de este método son los siguientes:

- Según el número de puntos que se quiera definir (por lo menos 50 puntos), trazar cuadrículas sobre el área de drenaje con espaciamiento adecuado. Cada uno de los puntos de intersección de dichas cuadrículas define una pendiente del terreno determinada.
- Trazar la línea de nivel correspondiente a dicho punto, por medio de las líneas de nivel inmediatamente inferior y superior. Dicho paso se ejecuta por interpolación.
- Trazar una tangente a la línea de nivel por ese punto sobre la proyección horizontal o área plana de la hoya.
- Trazar una perpendicular a la tangente trazada anteriormente, también sobre la proyección horizontal o área plana de la hoya.
- Sobre la perpendicular trazada en el punto anterior, trazar un perfil del terreno. Dicho perfil define la pendiente correspondiente al punto en consideración.

Esquemáticamente la situación se aclara de la siguiente manera:

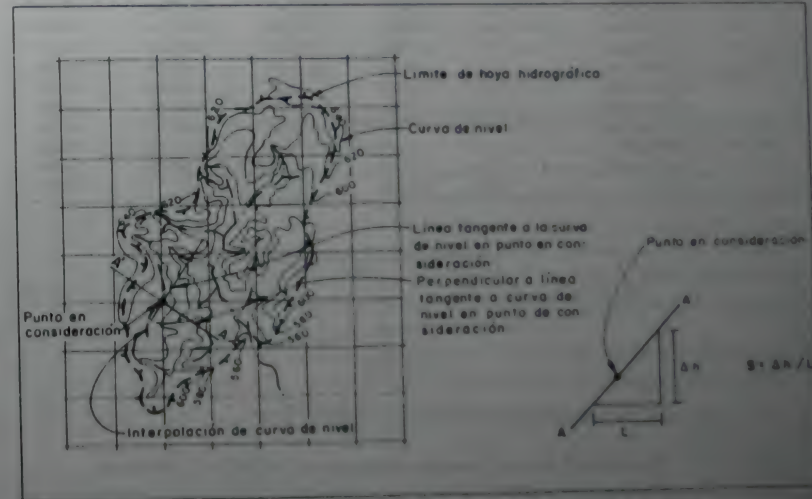


Figura 2.7. Pendiente de la hoya hidrográfica. Método de las cuadrículas asociadas a un vector.

- Teniendo la pendiente de todos los puntos definidos por las cuadrículas, se clasifican dichos valores por intervalos de clase. El número de tales intervalos está en relación con el número  $n$  de puntos obtenidos, pero en general no debe ser menor de un valor comprendido entre 5 y 10. Según la ley de Sturges, el número de intervalos  $K$  de una muestra de tamaño  $n$  es:

$$K = 1 + 3.3 \log n$$

(2.14)

- Con un tamaño del intervalo de clase  $C = R/K$ , en donde  $R$  es el rango de la muestra, igual al valor máximo menos el valor mínimo.
- Los pasos para determinar la pendiente promedio de la hoya y la curva de pendientes contra la frecuencia acumulada de la misma se explican con detalle en el siguiente cuadro:

Cuadro 2.1. Pendiente de la hoya. Ejemplo de cálculo.

(1) Pendiente (m/m)	(2) Número de ocurrencias	(3) Porcentaje del total	(4) Porcentaje acumulado	(5) Pendiente media del intervalo	(6) Columna(2) × Columna(5)
0.000-0.0049	249	69.55	100.00	0.00245	0.6100
0.050-0.0099	69	19.27	30.45	0.00745	0.5141
0.010-0.0149	13	3.63	11.18	0.01245	0.1618
0.015-0.0199	7	1.96	7.55	0.01745	0.1222
0.020-0.0249	0	0.00	5.59	0.02245	0.0000
0.025-0.0299	15	4.19	5.59	0.02745	0.4118
0.030-0.0349	0	0.00	1.40	0.03245	0.0000
0.035-0.0399	0	0.00	1.40	0.03745	0.0000
0.040-0.0449	0	0.00	1.40	0.04245	0.0000
0.045-0.0499	5	1.40	1.40	0.04745	0.2373
TOTAL	358	100.00	-	-	2.0572

$$\text{Pendiente media} = \frac{\sum_{i=1}^K (\# \text{ Ocurrencias}_i \times \text{Pendiente media}_i)}{\sum_{i=1}^K \# \text{ Ocurrencias}_i} \quad (2.15)$$

$$\text{Pendiente media} = 2.0572/358 = 0.00575 \text{ m/m}$$

En donde  $K$  es el número de intervalos de clase de la pendiente.

- La curva de distribución de las pendientes relaciona, a excepción del valor de las pendientes mayor y menor encontradas, el valor menor de la pendiente en cada intervalo de clase con el porcentaje acumulado correspondiente de cada intervalo de clase. Al valor de la pendiente menor encontrada corresponde el ciento por ciento de la frecuencia acumulada. Dicha frecuencia acumulada representa el porcentaje del tiempo en que una pendiente determinada es igualada o excedida. Al valor de la pendiente mayor encontrada corresponde un valor de frecuencia acumulada igual a uno dividido por el número de ocurrencias, y este valor expresado en porcentaje.

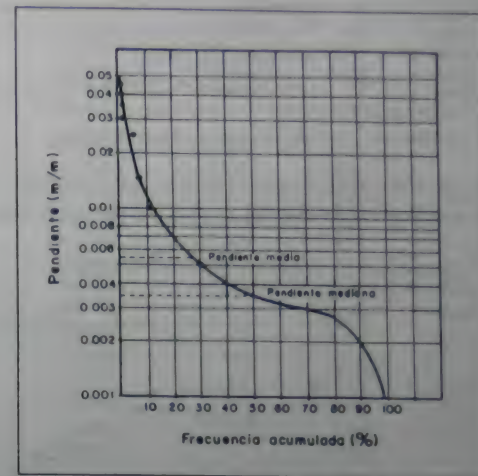


Figura 2.8. Curva de distribución de pendientes de una hoya hidrográfica.

Se acostumbra presentar la curva de distribución de pendientes de una hoya teniendo como ordenadas las pendientes en papel logarítmico y como abscisas las frecuencias acumuladas en papel aritmético.

- La pendiente mediana se define como la pendiente que ocurre el 50% del tiempo.

Otro método para determinar la pendiente ponderada de una hoya hidrográfica tiene como punto de partida sus curvas de nivel. Sea la siguiente hoya hidrográfica:

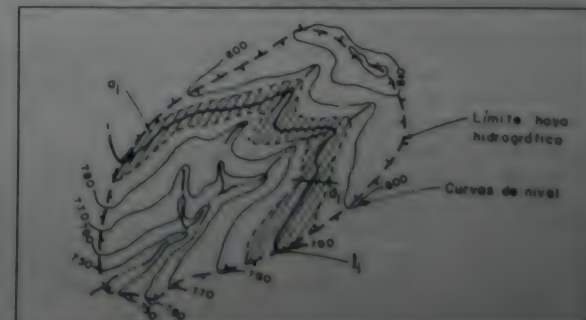


Figura 2.9. Método de cálculo de pendiente de una hoya hidrográfica a partir de curvas de nivel



Sean:

$l_i$ : longitud de la curva de nivel "i" dentro del área de drenaje de la hoya hidrográfica, en km

$D$ : diferencia de cotas promedio entre las curvas de nivel interpoladas, representativas de la curva de nivel "i", en km. Es un valor constante, dado que la diferencia entre curvas de nivel consecutivas en planos topográficos es constante

$d_i$ : ancho promedio de la banda, en km, según la Figura 2.9

Sea, además:

$S$ : pendiente promedio de toda la cuenca, adimensional

$A$ : área total de la cuenca, en  $\text{km}^2$

$L_i$ : longitud total de todas las curvas de nivel en la cuenca, en km

$s_i$ : pendiente media de la banda  $d_i$ , valor adimensional

$a_i$ : área de drenaje correspondiente a la banda  $d_i$ , en  $\text{km}^2$

$$s_i = \frac{D}{d_i}; d_i = \frac{a_i}{l_i} \Rightarrow s_i = \frac{D l_i}{a_i} \quad (2.16)$$

Suponiendo que el área parcial tenga peso sobre la pendiente parcial, se tiene:

$$S = \frac{\sum s_i a_i}{\sum a_i} \quad (2.17)$$

Substituyendo ahora la Ecuación (2.16) en la Ecuación (2.17):

$$S = \frac{\sum \frac{D l_i}{a_i} a_i}{\sum a_i} = \frac{\sum D l_i}{\sum a_i} = \frac{D \sum l_i}{A} = \frac{D L_i}{A} \quad (2.18)$$

Es decir que, midiendo la longitud total de todas las curvas de nivel, el área de drenaje y la diferencia consecutiva de cota entre curvas de nivel, se puede hallar la pendiente promedio ponderada de una hoya determinada

### 2.3.4.2 Curva hipsométrica

Es la representación gráfica del relieve de una hoya. Representa el estudio de la variación de la elevación de los varios terrenos de la hoya con referencia al nivel medio del mar. Esta variación puede ser indicada por medio de un gráfico que muestre el porcentaje de área de drenaje que existe por encima o por debajo de varias elevaciones. Dicho gráfico se puede determinar por el método de las cuadrículas del numeral anterior o planimetrando las áreas entre curvas de nivel. Análogamente, se puede preparar un cuadro de la siguiente manera:

Cuadro 2.2. Curva hipsométrica. Ejemplo de cálculo.

(1) Cotas intervalo de clase (msnm)	(2) Cota media del intervalo (msnm)	(3) Área ( $\text{km}^2$ )	(4) Área acumulada ( $\text{km}^2$ )	(5) Porcentaje de Área (%)	(6) Porcentaje acumulado de área (%)	(7) Columna (2) x Columna (3)
940-920	930	1.92	1.92	1.08	1.08	1785.6
920-900	910	2.90	4.82	1.64	2.72	2639.0
900-880	890	3.68	8.50	2.08	4.80	3275.2
880-860	870	4.07	12.57	2.29	7.09	3540.3
860-840	850	4.60	17.17	2.59	9.68	3916.0
840-820	830	2.92	20.09	1.65	11.33	2423.8
820-800	810	19.85	39.94	11.20	22.53	16078.5
800-780	790	23.75	63.69	13.40	35.93	18762.5
780-760	770	30.27	93.96	17.08	53.01	23307.9
760-740	750	32.09	126.05	18.10	71.11	24067.5
740-720	730	27.86	153.91	15.72	86.83	20337.8
720-700	710	15.45	169.36	8.72	95.55	10969.5
700-680	690	7.89	177.25	4.45	100.00	5444.7
TOTAL	—	177.25	—	—	—	136542.1

La curva hipsométrica relaciona el valor de la cota, en las ordenadas, con el porcentaje de área acumulada, en las abscisas. Para su construcción se grafican, con excepción de los valores máximos y mínimos de cota hallados, los valores menores de cota de cada intervalo de clase contra su correspondiente área acumulada. Al valor de la cota mayor encontrada corresponde el cero por ciento del porcentaje de área acumulada. Al valor de la cota mínima encontrada corresponde el ciento por ciento del porcentaje de área acumulada. La curva hipsométrica representa, entonces, el porcentaje de área acumulada igualado o excedido para una cota determinada.

La moda de una curva hipsométrica es el valor más frecuente (mayor área) del intervalo de clase de cota que se encuentra en una cuenca hidrográfica.

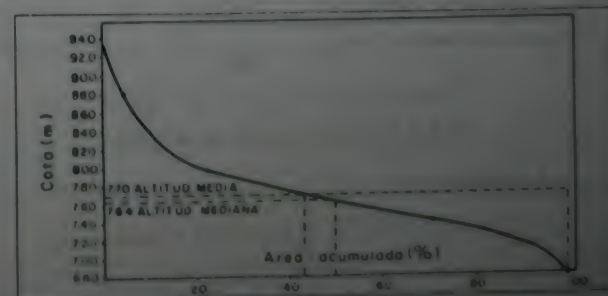


Figure 2.10. Curva hipsométrica de una hoya hidrográfica

En la mayoría de los casos, sin embargo, se suele representar el eje de las abscisas por el área acumulada en  $\text{km}^2$  en vez de en porcentaje. Su construcción es idéntica a la efectuada para la curva definida anteriormente.

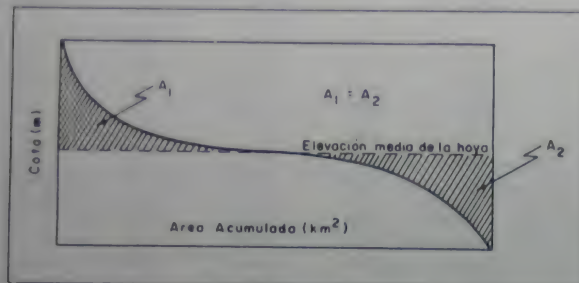


Figure 2.11. Curva hipsométrica de una hoya hidrográfica. Cálculo de la elevación media

Las curvas hipsométricas sirven, además, para definir características fisiográficas de las hoyas o cuencas hidrográficas. Se presentan, a continuación, dos ejemplos típicos:

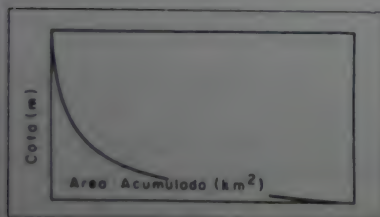


Figure 2.12. Hoya con valles extensos y cumbres escarpadas

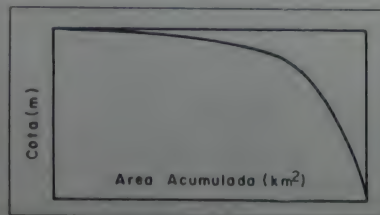


Figure 2.13. Hoya con valles profundos y sabanas planas

### 2.3.4.3 Elevación media de la hoya

Se define como:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n (Cota_{Media Intervalo} \times Area_i)}{\sum_{i=1}^n (Area_i)} \quad (2.19)$$

en donde el valor "n" corresponde al número de intervalos de clase.

Se puede definir, también, por un rectángulo de área equivalente al área limitada por la curva hipsométrica y los ejes de coordenadas, tal como se muestra en la Figura 2.11. La altura del rectángulo representa la elevación media.

Se debe tener en cuenta que la altitud y la elevación media de una hoya son, también, importantes por la influencia que ejercen sobre la precipitación, sobre las pérdidas de agua por evaporación y transpiración y, consecuentemente, sobre el caudal medio.

### 2.3.4.4 Pendiente de la corriente principal

La velocidad de escurrimiento de las corrientes de agua depende de la pendiente de sus canales fluviales. A mayor pendiente mayor velocidad.

a. Pendiente media ( $S_1$ )

Es la diferencia total de elevación del lecho del río dividido por su longitud entre esos puntos.

b. Pendiente media ponderada ( $S_2$ )

Éste es un valor más razonable. Para calcularlo se traza una línea, tal que el área comprendida entre esa línea y los ejes coordenados sea igual a la comprendida entre la curva del perfil del río y dichos ejes.

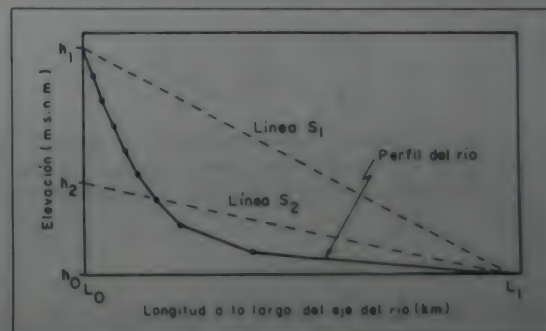


Figure 2.14. Pendiente de la corriente principal

$$S_1 = \frac{h_1 - h_2}{L_1 - L_0} \quad (\text{Valor adimensional}) \quad (2.20)$$

$$S_2 = \frac{h_2 - h_0}{L_1 - L_0} \quad (\text{Valor adimensional}) \quad (2.21)$$



c. Pendiente equivalente constante ( $S_3$ )

Este índice viene a dar una idea sobre el tiempo de recorrido del agua a lo largo de la extensión del perfil longitudinal del río.

De acuerdo con las fórmulas de Manning o Chezy:

$$V = KS^{1/2} \quad (2.22)$$

$$V = L/T \quad (2.23)$$

$$T = \frac{L}{KS^{1/2}} \quad (2.24)$$

V: velocidad del agua (m/s)

L: longitud de recorrido del agua (m)

T: tiempo de recorrido del agua (s)

K: constante (m/s)

El tiempo de recorrido varía en toda la extensión del curso de agua como el recíproco de la raíz cuadrada de las pendientes. Dividiendo el perfil de la corriente en un gran número de trechos rectilíneos, se tiene la raíz cuadrada de la pendiente equivalente constante, la cual es la media armónica ponderada de la raíz cuadrada de las pendientes de los diversos trechos rectilíneos, tomándose como peso la longitud de cada trecho.

La media armónica de un conjunto de observaciones  $x_i$  con  $i$  desde 1 hasta  $n$  es igual a:

$$Xh = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)} \quad (2.25)$$

Ahora bien:

$$V = KS^{1/2} \quad (2.22)$$

$$L/T = KS^{1/2} \quad (2.26)$$

$$L/S^{1/2} = KT \quad (2.27)$$

$$T = \sum_{i=1}^n t_i \quad (2.28)$$

$$L = \sum_{i=1}^n l_i \quad (2.29)$$

$$\frac{l_i}{t_i} = KS_i^{1/2} \quad (2.30)$$

de (2.30),

$$t_i = \frac{1}{K} \frac{l_i}{S_i^{1/2}} \quad (2.31)$$

de (2.28) en (2.31)

$$T = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_i}{S_i^{1/2}}\right) \quad (2.32)$$

de (2.32) en (2.27)

$$\frac{L}{S^{1/2}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_i}{S_i^{1/2}}\right) \quad (2.33)$$

de (2.29) en (2.33)

$$\frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{l_i}{S_i^{1/2}}\right)} = S^{1/2} \quad (2.34)$$

$$S = S_3 = \left(\sum l_i \cdot \sum \left(\frac{l_i}{S_i^{1/2}}\right)^2\right)^{-2} \text{ valor dimensional} \quad (2.35)$$

Para hallar dicho valor se puede preparar un cuadro como el siguiente:

Cuadro 2.3. Pendiente equivalente constante. Ejemplo de cálculo

(1) Cotas In- tervalo de clase (mm)	(2) Diferencia de cotas (m)	(3) Distancia horizontal entre cotas $l_h$ (m)	(4) Distancia inclinada entre cotas $l_m$ (m)	(5) Distancia inclinada acumulada (m)	(6) Pendiente por segmento $S_i$ (2)/(3)	(7) $S_i^{1/2}$	(8) $l_m/S_i^{1/2}$
660-680	20	7100	7100.03	7100.03	0.0028	0.0531	133710.55
680-700	20	500	500.40	7600.43	0.0400	0.2000	2502.00
700-720	20	3375	3375.06	10975.49	0.0059	0.0770	43831.95
720-740	20	5375	5375.04	16350.53	0.0037	0.0610	88115.41
740-760	20	850	850.24	17200.77	0.0235	0.1534	5542.63
760-780	20	1330	1330.15	18530.92	0.0150	0.1226	10849.51
780-800	20	350	350.57	18881.49	0.0571	0.2390	1466.82
800-820	20	350	350.57	19232.06	0.0571	0.2390	1466.82
820-840	20	880	880.23	20112.29	0.0227	0.1508	5837.07
840-860	20	950	950.21	21062.50	0.0211	0.1451	6548.66
860-880	20	400	400.50	21463.00	0.0500	0.2236	1791.14
880-900	20	540	540.37	22003.37	0.0370	0.1925	2807.12
TOTAL	—	22000	22003.37	—	—	—	304469.68

$$S_j = (22003.37/304469.68)^2 = 0.0052$$

Se debe tener en cuenta que para la aplicación de dicho método el valor de  $K$  en la Ecuación 2.22 debe permanecer aproximadamente constante a lo largo de toda la longitud de la corriente. Dicho valor tiene en cuenta el valor tanto de la rugosidad como del radio hidráulico, y se exige para esta última condición que la sección de la corriente sea aproximadamente constante.

### 2.3.4.5 Rectángulo equivalente

Este índice fue introducido por los hidrólogos franceses como un intento de comparar la influencia de las características de la hoya sobre la esco-  
rrentia.

La característica más importante del rectángulo equivalente es que tiene igual distribución de alturas que la curva hipsométrica original de la hoya.

Se construye un rectángulo equivalente de área igual a la de la hoya, tal que el lado menor sea " $l$ " y el lado mayor " $L$ ". Se sitúan las curvas de nivel paralelas a " $l$ ", respetando la hipsometría natural de la hoya.

Sea,

$P$ : perímetro de la hoya (km)

$A$ : área de la hoya (km<sup>2</sup>)

$K_c$ : coeficiente de compacidad o índice de Gravelius

$L$  y  $l$ : lados mayor y menor del rectángulo equivalente (km)

$$Ll = A \Rightarrow l = A/L \quad (2.36)$$

$$2(L+l) = P \Rightarrow L+l = \frac{P}{2} \quad (2.37)$$

Estas dos últimas ecuaciones respetan las condiciones del rectángulo equivalente dado que se tiene que conservar las características de área y perímetro de la hoya.

(2.36) en (2.37)

$$L = \frac{P}{2} - \frac{A}{L} \Rightarrow L^2 - \frac{PL}{2} + A = 0 \quad (2.38)$$

$$L = \frac{P}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{P^2}{4} - 4A\right)}; L = \frac{P}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{P^2}{4} \left(1 - \frac{4^2 A}{P^2}\right)\right)} \quad (2.39)$$

$$L = \frac{P}{2} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{4^2 A}{P^2}\right)}; L = \frac{P}{4} \left(1 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{4^2 A}{P^2}\right)}\right) \quad (2.40)$$

$$\frac{L}{\sqrt{A}} = \frac{P}{4\sqrt{A}} \left(1 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{4^2 A}{P^2}\right)}\right) \quad (2.41)$$

$$\frac{K_c}{0.28} = \frac{P}{\sqrt{A}}; \frac{P}{4\sqrt{A}} = \frac{K_c}{4(0.28)} = \frac{K_c}{1.12} \quad (2.42)$$

$$\frac{4\sqrt{A}}{P} = \frac{1.12}{K_c}; \frac{4^2 A}{P^2} = \frac{(1.12)^2}{K_c^2} \quad (2.43)$$



(2.42) y (2.43) en (2.41) se llega a:

$$\frac{L}{\sqrt{A}} = \frac{Kc}{1.12} \left[ 1 \pm \sqrt{\left( 1 - \frac{(1.12)^2}{Kc^2} \right)} \right] \quad (2.44)$$

Admitiendo solución real solamente cuando  $Kc \geq 1.12$

$$L = \frac{Kc\sqrt{A}}{1.12} \left[ 1 + \sqrt{\left( 1 - \frac{(1.12)^2}{Kc^2} \right)} \right] \quad (2.45)$$

$$l = \frac{Kc\sqrt{A}}{1.12} \left[ 1 + \sqrt{\left( 1 - \frac{(1.12)^2}{Kc^2} \right)} \right] \quad (2.46)$$

Para determinar la distancia entre las curvas de nivel en el rectángulo equivalente se utilizan, para un ejemplo práctico, los cálculos presentados a continuación, tomando como base los valores dados en el Cuadro 2.4.

Cuadro 2.4. Rectángulo equivalente. Ejemplo de cálculo.

(1) Cotas intervalo de clase (mnm)	(2) Área acumulada de hoya hidrográfica (km <sup>2</sup> )	(3) Longitudes acumuladas del rectángulo equivalente (km <sup>2</sup> )
940-920	1.92	0.313
920-900	4.82	0.785
900-880	8.50	1.385
880-860	12.57	2.046
860-840	17.17	2.794
840-820	20.09	3.270
820-800	39.94	6.502
800-780	63.69	10.369
780-760	93.96	15.299
760-740	126.05	20.522
740-720	153.91	24.915
720-700	169.36	27.576
700-680	177.25	28.860

Aplicando una regla de tres se hallan las longitudes acumuladas del rectángulo equivalente

$$177.25 \text{ km}^2 \Rightarrow 28.86 \text{ km (valor de L hallado anteriormente)}$$

$$1.92 \text{ km}^2 \Rightarrow X$$

$$X = \frac{28.86 \times 1.92}{177.25} = 0.313$$

El rectángulo equivalente se dibujaría entonces así:

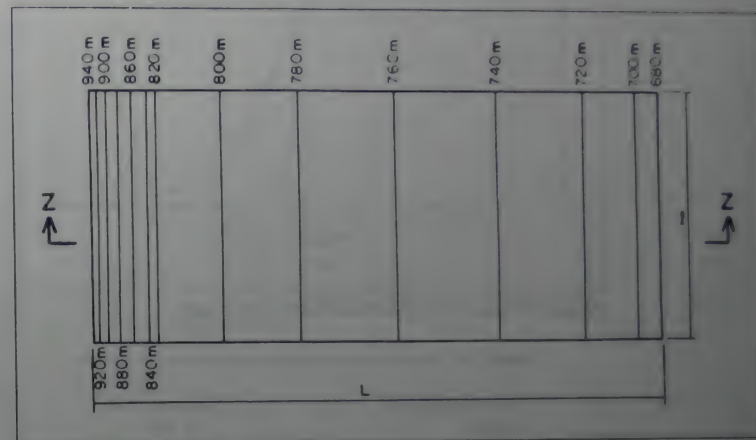


Figura 2.15. Rectángulo equivalente de una hoya hidrográfica.

Las distancias entre las curvas de nivel en el rectángulo equivalente son proporcionales a las áreas que separan dichas curvas en la hoya hidrográfica en consideración.

El corte ZZ sobre el rectángulo equivalente corresponde exactamente a la curva hipsométrica de la hoya hidrográfica, es decir, a la relación entre la cota y el área acumulada, representando el área acumulada que una cota determinada es igualada o excedida.

### 2.3.5 Suelos

Los suelos van a influir en el fenómeno de la escorrentía. Son importantes su naturaleza, su color y su tipo de vegetación. Entre más impermeable es el suelo más rápida es la escorrentía. Sin embargo, no se puede hablar de un suelo 100% impermeable.

El suelo no es totalmente homogéneo, sino que se encuentra mezclado, lo que da lugar a su curva granulométrica.

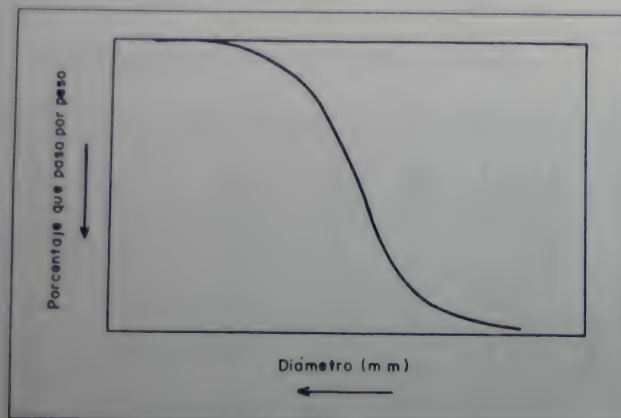


Figura 2.16. Curva granulométrica característica de un suelo.

Cuadro 2.5. Tipo de material de suelo de acuerdo con su tamaño.

Tipo de material	Diámetro (mm)
Gravas	$2 \leq \phi$
Arena gruesa	$0.2 \leq \phi < 2$
Arena fina	$0.02 \leq \phi < 0.2$
Limo	$0.002 \leq \phi < 0.02$
Árcilla	$\phi < 0.002$

Así como la precipitación depende de las condiciones climatológicas de la cuenca, la escorrentía y las pérdidas de precipitación dependen de las características físicas de la cuenca, entre las cuales los suelos desempeñan un papel muy importante. La escorrentía y las pérdidas determinan el volumen de agua aportado en la cuenca, y la manera como ese volumen de agua se distribuye en el tiempo.

## 2.3.6 Hoyas representativa y experimental

### 2.3.6.1 Hoya representativa

Es una hoya con cierto tipo ecológico bien determinado y localizada en regiones en donde el ciclo hidrológico no está muy perturbado por el hombre, pero donde no sean tomadas precauciones especiales para prohibir cualquier intervención humana que pueda determinar repercusiones

de carácter hidrológico. Se debe instalar un número razonable de estaciones hidrometeorológicas, hidrométricas y de observaciones de aguas subterráneas, para el estudio de las diversas fases del ciclo hidrológico.

### 2.3.6.2 Hoya experimental

Es aquella en la cual se puede modificar a voluntad las condiciones naturales, como por ejemplo la cobertura natural del suelo mediante procedimientos de combate contra la erosión, y donde sean estudiados los efectos de esas modificaciones sobre el ciclo hidrológico.



# **CAPITULO 3**

## ***Precipitación***

### 3.1 GENERALIDADES



El régimen hidrológico de una región es función de características físicas, geológicas, topográficas y climatológicas.

Los factores climatológicos más importantes son la precipitación, la evaporación, la temperatura y la humedad del aire, y los vientos; estos últimos tres en la medida en que ejercen influencia sobre la precipitación y la evaporación.

En relación con la precipitación se estudiarán sus formas, su distribución y las medidas y análisis de datos necesarios para su cuantificación.

### 3.2 FACTORES CLIMÁTICOS

Se exigen conocimientos básicos sobre los otros fenómenos meteorológicos que influyen en los dos factores climatológicos más importantes: precipitación y evaporación.

#### 3.2.1 Atmósfera

El aire natural está compuesto de:

- Aire seco.
- Vapor de agua.
- Partículas sólidas en suspensión.

El aire seco está constituido por:

- Nitrógeno y oxígeno. Estos dos elementos constituyen el 99% de su volumen.



- Argón y dióxido de carbono. Estos dos últimos elementos, junto con el neón, helio, criptón, xenón, ozono, radio y otros, constituyen el 1% del volumen restante.

El aire húmedo está compuesto por:

- Aire seco
- Vapor de agua

El vapor de agua, producto de la evaporación de océanos, ríos, lagos y embalses, puede llegar a regiones tropicales a ser el 4% del volumen del aire natural.

Las partículas en suspensión reciben el nombre de aerosoles. Las partículas de origen inorgánico son de gran interés e importancia para la hidrología, pues son responsables en grado significativo de la condensación del vapor de agua y la formación consiguiente de nubes.

### 3.2.2 Circulación general de la atmósfera y vientos

La circulación general se define como la distribución general media de los vientos sobre la superficie del globo. La circulación atmosférica es factor fundamental en la formación de las precipitaciones y en las características climáticas.

Para entender dicha circulación se hacen las suposiciones siguientes:

- Tierra sin movimiento o circulación atmosférica térmica pura
  - No se considera rotación terrestre.
  - No se considera el efecto de distribución de mares y continentes.
  - La circulación se explica así: El ecuador recibe mayor radiación solar que en las zonas de mayor latitud. El aire ecuatorial al calentarse es más liviano y tiende a subir con la altitud  $h$ . Al subir es remplazado por aire frío proveniente de otras latitudes mayores. La única manera de remplazar ese aire frío proveniente de otras latitudes es por arriba, por medio de corrientes de aire caliente ecuatorial hacia los polos.

El esquema de este fenómeno se visualiza en la Figura 3.1.

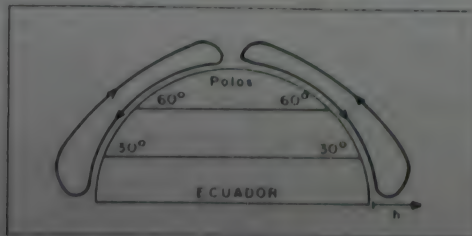


Figura 3.1. Tierra con circulación atmosférica térmica pura

- Tierra en movimiento. Modelo de circulación latitudinal y meridional
    - Las masas de aire son puestas en movimiento por los notables gradientes de presión que resultan de los cambios bruscos de temperatura meridional y por el momento angular impartido por la rotación de la superficie de la Tierra. El momento angular se define como la cantidad resultante de multiplicar la masa por la velocidad
    - El mecanismo de distribución de energía más aceptado es el modelo de circulación cuyo esquema se presenta en la Figura 3.2
- En dicho modelo se distinguen dos tipos de movimientos de aire:
- Vientos en superficie (movimiento en sentido horizontal). Siempre divergen de los centros de alta presión y convergen en los centros de baja presión.
  - Movimientos verticales, los cuales son ascendentes con la altitud  $h$  en zonas de baja presión y son descendentes en zonas de alta presión.

Los fenómenos siempre ocurren en la troposfera (la faja inferior de la atmósfera), la cual tiene una altura en el ecuador de 18 km y en los polos de 9 km. Como característica de la troposfera, se encuentran movimientos continuos en sentido horizontal (vientos) y en sentido vertical (corrientes de aire).

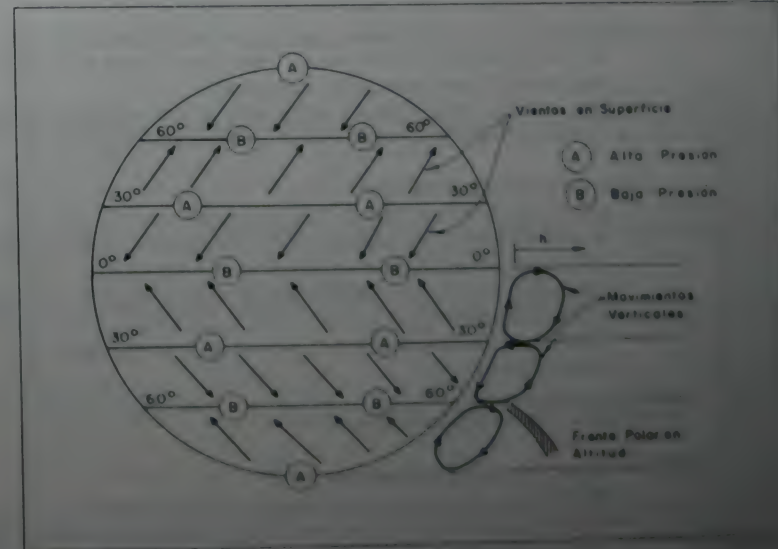


Figura 3.2. Modelo de circulación zonal y meridional en la Tierra

En el modelo de circulación con Tierra en movimiento se distinguen las siguientes fajas:

#### a. Faja ecuatorial de bajas presiones

- Localizada un poco al norte del ecuador geográfico.
- Vientos débiles y variables.
- Convergen los vientos alisios en superficie.
- En altitud se observan vientos del este.
- Denominada zona de convergencia intertropical.
- Divergen los contra-alisios en altitud (trae consigo movimientos verticales ascendentes, alta humedad del aire, muchas nubes y altas precipitaciones).
- Usualmente se encuentran las más altas temperaturas de la Tierra.

#### b. Faja subtropical de altas presiones

- Centros de presión cercanos a los 30° de latitud.
- Predominancia de vientos y movimientos verticales descendentes.
- Aire casi siempre seco, pocas nubes y poca precipitación.
- Se localizan los mayores desiertos de la Tierra.
- Los cinturones de alta presión son rotos sobre los continentes debido a la diferencia de calentamiento entre estos últimos y los mares, con formación consiguiente de bajas térmicas.
- Faja invadida muchas veces por masas de aire polar o tropical, que modifican las condiciones del tiempo en determinados períodos.

#### c. Faja polar de bajas presiones

- En altitud, entre la faja subtropical de altas presiones y la faja polar de bajas presiones, se observan fuertes vientos del Oeste.
- Los centros de baja presión están localizados en torno a los 60° de latitud.
- Clima muy variable.
- Grandes tempestades motivadas por intensos movimientos verticales ascendentes.

#### d. Cascos polares de altas presiones

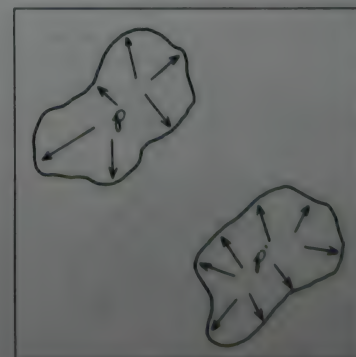
- Clima muy seco y poca precipitación.
- Movimientos verticales descendentes y temperatura muy baja.
- Representa casi siempre el origen del aire polar que se dirige en dirección del ecuador.
- En altitud, los vientos son débiles del Este.

Por el análisis llevado a cabo se puede notar que los flujos atmosféricos son en general de carácter zonal (a lo largo de los círculos de latitud). Si fuesen puramente zonales no existiría cambio ni mezcla de la masa de aire en el sentido meridional. Además, el déficit de energía de las altas latitudes causaría un enfriamiento continuo de esas regiones, y el superávit de energía en las regiones tropicales causaría un supercalentamiento en tales zonas. Se exige, entonces, un mecanismo de distribución meridional de energía en la Tierra.

Los factores que intervienen en el estado atmosférico son la temperatura del aire, la temperatura del agua, la humedad del aire, el viento, la radiación solar y la presión atmosférica.

### 3.2.3 Humedad atmosférica

- La precipitación se deriva del agua atmosférica (vapor de agua).
- El contenido de humedad del aire es responsable de los procesos de evaporación.
- En meteorología las presiones son relativamente pequeñas; por consiguiente, el aire seco puede ser considerado como un gas ideal. Lo mismo se puede decir del vapor de agua, exceptuando los pequeños intervalos de presión y temperatura próximos al punto de condensación.
- Los índices más importantes de la humedad son la presión parcial de vapor, la humedad absoluta, la humedad específica, el radio de mezcla, la humedad relativa y la temperatura de punto de rocío.
- La presión de aire seco más presión de vapor de agua es igual a la presión de aire húmedo ( $p$ )



La presión de vapor de agua es la presión parcial ejercida por el vapor de agua ( $e$ ).  
La presión de aire seco es la presión ejercida por el aire al ser removido todo el vapor de agua ( $p'$ ).

$$p' < p \quad e = p - p' \quad (3.1)$$

Figura 3.3. Presión de aire húmedo y aire seco.



- La máxima cantidad de vapor de agua es función de la temperatura e independiente de la coexistencia de otros gases. Adicionalmente, depende en menor grado de la altitud.
- Espacio saturado: cuando la máxima cantidad de vapor de agua para una determinada temperatura está contenida en un espacio dado.
- Presión de saturación: es la presión ejercida por el vapor de agua en un espacio saturado ( $e_s$ ). Es la máxima presión de vapor de agua posible para una temperatura dada, a una altitud específica.
- La unidad de presión estándar en meteorología es el milibar (mb), que es igual a 1000 dinas/cm<sup>2</sup> ó 0.0143 lb/pulg<sup>2</sup>.
- La cantidad máxima de vapor de agua que la atmósfera es capaz de contener depende directamente de la temperatura, y aumenta con ella. Adicionalmente, depende en menor grado de la altitud. Cuando se alcanza este valor la atmósfera queda saturada. En el Cuadro 3.1 se presentan las relaciones crecientes entre la temperatura y la presión de saturación de vapor de agua. Estas relaciones se muestran esquemáticamente en la Figura 3.4.

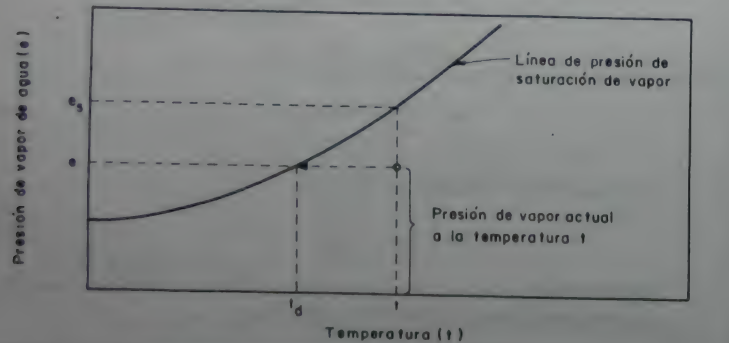


Figura 3.4. Presión actual y de saturación de vapor de agua

en donde,

- $e_s$ : presión de saturación de vapor a la temperatura  $t$   
 $e$ : presión de vapor actual a la temperatura  $t$   
 $e_s - e$ : déficit de saturación  
 $100 e/e_s$ : humedad relativa, en porcentaje  
 $t_d$ : temperatura de punto de rocío (°C)

Cuadro 3.1. Presión de saturación de vapor de agua ( $e_s$ ) para 1000 milibares (0 a 323 m de altitud). En mm de mercurio como una función de la temperatura  $t$  en °C (por debajo de 0°C las presiones se refieren a condiciones en agua). 1 milibar = 0.750 mm de Hg (mercurio)

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-10	2.15	2.30	2.45	2.60	2.75	2.90	3.05	3.20	3.35	3.50
-9	2.32	2.47	2.62	2.77	2.92	3.07	3.22	3.37	3.52	3.67
-8	2.50	2.65	2.80	2.95	3.10	3.25	3.40	3.55	3.70	3.85
-7	2.68	2.83	2.98	3.13	3.28	3.43	3.58	3.73	3.88	4.03
-6	2.86	3.01	3.16	3.31	3.46	3.61	3.76	3.91	4.06	4.21
-5	3.04	3.19	3.34	3.49	3.64	3.79	3.94	4.09	4.24	4.39
-4	3.22	3.37	3.52	3.67	3.82	3.97	4.12	4.27	4.42	4.57
-3	3.40	3.55	3.70	3.85	4.00	4.15	4.30	4.45	4.60	4.75
-2	3.58	3.73	3.88	4.03	4.18	4.33	4.48	4.63	4.78	4.93
-1	3.76	3.91	4.06	4.21	4.36	4.51	4.66	4.81	4.96	5.11
0	3.94	4.09	4.24	4.39	4.54	4.69	4.84	4.99	5.14	5.29
1	4.12	4.27	4.42	4.57	4.72	4.87	5.02	5.17	5.32	5.47
2	4.30	4.45	4.60	4.75	4.90	5.05	5.20	5.35	5.50	5.65
3	4.48	4.63	4.78	4.93	5.08	5.23	5.38	5.53	5.68	5.83
4	4.66	4.81	4.96	5.11	5.26	5.41	5.56	5.71	5.86	6.01
5	4.84	4.99	5.14	5.29	5.44	5.59	5.74	5.89	6.04	6.19
6	5.02	5.17	5.32	5.47	5.62	5.77	5.92	6.07	6.22	6.37
7	5.20	5.35	5.50	5.65	5.80	5.95	6.10	6.25	6.40	6.55
8	5.38	5.53	5.68	5.83	5.98	6.13	6.28	6.43	6.58	6.73
9	5.56	5.71	5.86	6.01	6.16	6.31	6.46	6.61	6.76	6.91
10	5.74	5.89	6.04	6.19	6.34	6.49	6.64	6.79	6.94	7.09
11	5.92	6.07	6.22	6.37	6.52	6.67	6.82	6.97	7.12	7.27
12	6.10	6.25	6.40	6.55	6.70	6.85	7.00	7.15	7.30	7.45
13	6.28	6.43	6.58	6.73	6.88	7.03	7.18	7.33	7.48	7.63
14	6.46	6.61	6.76	6.91	7.06	7.21	7.36	7.51	7.66	7.81
15	6.64	6.79	6.94	7.09	7.24	7.39	7.54	7.69	7.84	7.99
16	6.82	6.97	7.12	7.27	7.42	7.57	7.72	7.87	8.02	8.17
17	7.00	7.15	7.30	7.45	7.60	7.75	7.90	8.05	8.20	8.35
18	7.18	7.33	7.48	7.63	7.78	7.93	8.08	8.23	8.38	8.53
19	7.36	7.51	7.66	7.81	7.96	8.11	8.26	8.41	8.56	8.71
20	7.54	7.69	7.84	7.99	8.14	8.29	8.44	8.59	8.74	8.89
21	7.72	7.87	8.02	8.17	8.32	8.47	8.62	8.77	8.92	9.07
22	7.90	8.05	8.20	8.35	8.50	8.65	8.80	8.95	9.10	9.25
23	8.08	8.23	8.38	8.53	8.68	8.83	8.98	9.13	9.28	9.43
24	8.26	8.41	8.56	8.71	8.86	9.01	9.16	9.31	9.46	9.61
25	8.44	8.59	8.74	8.89	9.04	9.19	9.34	9.49	9.64	9.79
26	8.62	8.77	8.92	9.07	9.22	9.37	9.52	9.67	9.82	9.97
27	8.80	8.95	9.10	9.25	9.40	9.55	9.70	9.85	10.00	10.15
28	8.98	9.13	9.28	9.43	9.58	9.73	9.88	10.03	10.18	10.33
29	9.16	9.31	9.46	9.61	9.76	9.91	10.06	10.21	10.36	10.51
30	9.34	9.49	9.64	9.79	9.94	10.09	10.24	10.39	10.54	10.69
31	9.52	9.67	9.82	9.97	10.12	10.27	10.42	10.57	10.72	10.87
32	9.70	9.85	10.00	10.15	10.30	10.45	10.60	10.75	10.90	11.05
33	9.88	10.03	10.18	10.33	10.48	10.63	10.78	10.93	11.08	11.23
34	10.06	10.21	10.36	10.51	10.66	10.81	10.96	11.11	11.26	11.41
35	10.24	10.39	10.54	10.69	10.84	10.99	11.14	11.29	11.44	11.59
36	10.42	10.57	10.72	10.87	11.02	11.17	11.32	11.47	11.62	11.77
37	10.60	10.75	10.90	11.05	11.20	11.35	11.50	11.65	11.80	11.95
38	10.78	10.93	11.08	11.23	11.38	11.53	11.68	11.83	11.98	12.13
39	10.96	11.11	11.26	11.41	11.56	11.71	11.86	12.01	12.16	12.31
40	11.14	11.29	11.44	11.59	11.74	11.89	12.04	12.19	12.34	12.49
41	11.32	11.47	11.62	11.77	11.92	12.07	12.22	12.37	12.52	12.67
42	11.50	11.65	11.80	11.95	12.10	12.25	12.40	12.55	12.70	12.85
43	11.68	11.83	11.98	12.13	12.28	12.43	12.58	12.73	12.88	13.03
44	11.86	12.01	12.16	12.31	12.46	12.61	12.76	12.91	13.06	13.21
45	12.04	12.19	12.34	12.49	12.64	12.79	12.94	13.09	13.24	13.39
46	12.22	12.37	12.52	12.67	12.82	12.97	13.12	13.27	13.42	13.57
47	12.40	12.55	12.70	12.85	13.00	13.15	13.30	13.45	13.60	13.75
48	12.58	12.73	12.88	13.03	13.18	13.33	13.48	13.63	13.78	13.93
49	12.76	12.91	13.06	13.21	13.36	13.51	13.66	13.81	13.96	14.11
50	12.94	13.09	13.24	13.39	13.54	13.69	13.84	13.99	14.14	14.29

Utilizando la presión de vapor de agua en la ley de los gases ideales, se puede escribir la ecuación del estado de vapor como:

$$e = \rho_v R_v T \quad (3.2)$$

en donde:

- $\rho_v$ : densidad de vapor de agua ( $\text{g/cm}^3$ )
- $R_v$ : constante de los gases para el vapor de agua ( $\text{ergios/g } ^\circ\text{C}$ )
- $T$ : temperatura ( $^\circ\text{C}$ )
- $e$ : presión de vapor de agua (mb)

Considerando la definición de la constante de los gases, la Ecuación (3.2) se puede escribir como:

$$e = \frac{M}{M_v} \rho_v R T \quad (3.3)$$

porque  $R_v = R M/M_v$ , y:

$$R_v = (R M/M_v) \quad (3.4)$$

en donde las variables  $R$ ,  $M$  sin índice corresponden al aire seco.

$$R = 2.87 \times 10^6 \frac{\text{ergios}}{\text{g } ^\circ\text{C}}$$

$M$ : masa molecular del aire seco = 28.966 g/mol

$M_v$ : masa molecular del vapor de agua = 17.991 g/mol

La Ecuación (3.3) puede ser reagrupada como:

$$e = 1.61 \rho_v R T \Rightarrow \rho_v = 0.62 \frac{e}{R T} \quad (3.5)$$

$\rho_v$  es normalmente referido como la humedad absoluta de la atmósfera o densidad de vapor de agua.

La densidad del aire seco

$$\rho = p' / RT \quad (3.6)$$

si  $e = p'$  (presión del vapor de agua es igual a la presión de aire seco)

$$p' = e = \rho RT \quad (3.7)$$

$$\Rightarrow \rho = e / RT \quad (3.8)$$

Lo que significa que en las mismas condiciones de presión y temperatura la densidad de vapor de agua es igual a 0.62 la densidad del aire seco. Conclusión basada en Ecuaciones (3.5) y (3.8).

$$\rho_v = 0.62 \rho \quad (3.9)$$

– La densidad del aire húmedo ( $\rho_a$ ) es igual a la densidad del vapor de agua ( $\rho_v$ ) más la densidad del aire seco ( $\rho$ ).

$$\rho_a = \rho_v + \rho \quad (3.10)$$

$$p = p' + e ; p' = p - e \quad (3.11)$$

Sumando las Ecuaciones (3.5) y (3.6) y substituyendo  $p - e = p'$  (suponiendo que la atmósfera está compuesta solamente de aire seco y vapor de agua).

$$\begin{aligned} \rho_a &= \rho_v + \rho = 0.62 \frac{e}{RT} + \frac{p'}{RT} \\ &= 0.62 \frac{e}{RT} + \frac{p}{RT} - \frac{e}{RT} \\ \rho_a &= \frac{p}{RT} (1 - 0.38 \frac{e}{p}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Por otro lado, la densidad del aire seco

$$\rho = \frac{p'}{RT} = \frac{p - e}{RT} \quad (3.13)$$

Se puede deducir que el aire húmedo es más liviano que el aire seco en las mismas condiciones de presión y temperatura.

$$\rho = p' / RT = p / RT ; \rho_a = (p / RT) (1 - 0.38 e / p)$$

$$\text{dado que } p' = p$$

– Humedad relativa

Es la relación porcentual entre la cantidad de humedad en un espacio dado y la cantidad que ese volumen podría contener si estuviera saturado.

Es igual a la presión de vapor ( $e$ ) (presión ejercida por el vapor de agua) dividida por la presión de vapor de saturación ( $e_s$ ) (presión de vapor en un espacio totalmente saturado).



De acuerdo con la Figura 3.4, la presión de vapor de saturación ( $e_s$ ) es función de la temperatura.

$$HR = 100 \rho_v / \rho_a = 100 e / e_s \quad (3.14)$$

$\rho_v$ : densidad de vapor de agua a la temperatura actual del aire

$\rho_s$ : densidad de vapor de agua a la temperatura actual del aire estando el espacio saturado

#### - Humedad absoluta

Representa el contenido de humedad en la masa de aire.

$$HA = \frac{\text{Masa de vapor de agua}}{\text{Volumen de aire}}, \text{ en kg/m}^3 \quad (3.15)$$

#### - Humedad específica

Es la relación entre la masa de vapor de agua y la masa de aire húmedo.

$$q = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{(0.622 e / RT)}{\left(\frac{p - 0.378 e}{RT}\right)} = \frac{0.622 e}{p - 0.378 e} = 0.622 \frac{e}{p} \quad (3.16)$$

#### - Radio de mezcla

Es la relación entre la masa de vapor de agua y la masa de aire seco.

$$r = \frac{\rho_v}{\rho} = \frac{0.622 e / RT}{\frac{p - 0.378 e}{RT}} = \frac{0.622 e}{p - e} \quad (3.17)$$

#### - Cantidad total de agua en la atmósfera

Se expresa como la altura total de agua precipitable  $W$  (en mm)

$$w = 0.01 \int_{p_1}^{p_2} q dp \quad (3.18)$$

donde  $q$  es la humedad específica (g/kg) y  $p$  es la presión (mb)

En la práctica,

$$\Delta W = 0.01 \bar{q} \Delta p \quad (3.19)$$

$\Delta W$  se considera en toda la columna,  $\bar{q}$  es el promedio de la humedad específica entre la base y el tope del estrato considerado, y  $\Delta p$  es la diferencia de presión del estrato considerado.

#### - Temperatura del punto de rocío ( $t_d$ )

Es la temperatura a la cual un espacio se satura al entrar el aire a presión constante (proceso isobárico) y con un contenido de vapor de agua constante. Para un mejor entendimiento gráfico, ver Figura 3.4.

#### - Temperatura de punto de condensación

Es la temperatura que adquiere el aire húmedo cuando evolucionando adiabáticamente (proceso termodinámico en el cual no existe intercambio de calor entre el sistema que trabaja y su medio ambiente) se satura; en otras palabras  $e = e_s$ .

#### - Medición de la humedad

Para ello se utiliza el psicrómetro, el cual consta de un termómetro seco y un termómetro húmedo (cuya ampolla está cubierta con una funda de muselina limpia empapada en agua). Los termómetros se ventilan natural o artificialmente. Por el enfriamiento producido por la evaporación del agua en la muselina del termómetro húmedo, éste marca una temperatura menor que la del termómetro seco. Se debe recordar que la evaporación remueve calor del líquido que se evapora, mientras que el proceso de condensación cede calor al sistema que se condensa. La diferencia en grados entre la temperatura del termómetro seco y la del termómetro húmedo se conoce como depresión del termómetro húmedo. Se utilizan, entonces, tablas psicométricas. Con la depresión del termómetro húmedo y la temperatura del aire, se puede determinar la temperatura del punto de rocío, la humedad relativa y la presión de vapor de saturación. Para la medición de humedad existen también los denominados higrómetros de cabello. Dichos aparatos aprovechan la variación en longitud que experimenta el cabello con los cambios de la humedad relativa. Dichos cambios son transmitidos a una aguja que, debidamente calibrada, marca la humedad relativa.

En el Cuadro 3.2 se presenta tanto la presión de vapor de saturación (mb) como la temperatura del punto de rocío (°C), dados el valor de la depresión del termómetro húmedo (°C) y la temperatura del aire (°C). En el Cuadro 3.3 se presenta el valor de la humedad relativa (%) dados el valor de la depresión del termómetro húmedo (°C) y la temperatura del aire (°C). Para ambos cuadros los valores se calculan con una presión de 1000 mb (altitudes de 0 a 323 m).

Existe una fórmula aproximada para determinar la humedad relativa en función de la temperatura del aire y de la temperatura del punto de rocío:

$$HR = \left( \frac{112 - 0.1t + t_d}{112 + 0.9t} \right) \times 100 \quad (3.20)$$

en donde:

- t: temperatura del aire (°C)
- t<sub>d</sub>: temperatura del punto de rocío (°C)
- HR: humedad relativa (porcentaje)

La depresión del termómetro húmedo es mayor en climas más secos pues la atmósfera más seca evapora más agua de la muselina colocada en el bulbo del termómetro húmedo.

### 3.2.3.1 Distribución geográfica de la humedad

- La humedad tiende a decrecer con el aumento de la latitud.
- La humedad relativa, que es una función inversa de la temperatura, tiende a aumentar con el aumento de la latitud.
- La humedad atmosférica es máxima sobre los océanos y decrece a medida que se avanza hacia el interior de los continentes.
- La humedad decrece con la disminución de temperatura.
- La humedad es mayor sobre áreas vegetadas que sobre suelo desértico.

### 3.2.3.2 Variación de la humedad en el tiempo

- La humedad es máxima en el verano y mínima en el invierno.
- La humedad relativa es mínima en el verano y máxima en el invierno.
- La humedad es mínima al salir el sol (por la condensación del rocío) y máxima durante el día.
- La humedad relativa es máxima en la mañana y mínima en la tarde.

### 3.2.4 Temperatura y transporte de energía en la atmósfera

Es de gran importancia para el estudio de la hidrología el conocimiento del transporte de energía, momento y masa para los procesos fundamen-

Cuadro 3.2. Presión de saturación de vapor (mb) y temperatura de punto de rocío (°C), 1000 milibars (altitudes de 0 a 323 m)

Temp. aire (°C)	Presión vapor (mb)	DEPRESIÓN DEL TERMÓMETRO HÚMEDO (°C)																
		0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	9.0
0	6.11	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15	-16	-17
1	6.57	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15	-16
2	7.05	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15
3	7.58	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14
4	8.13	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13
5	8.72	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12
6	9.33	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11
7	10.02	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
8	10.78	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
9	11.64	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
10	12.58	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
11	13.13	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
12	14.03	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
13	14.98	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
14	15.99	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
15	17.06	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2
16	18.19	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1
17	19.38	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
18	20.65	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
19	21.98	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
20	23.40	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
21	24.88	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4
22	26.46	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
23	28.11	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
24	29.94	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7
25	31.90	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8
26	34.04	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9
27	36.45	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
28	39.18	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
29	42.20	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
30	45.60	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13
31	49.40	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
32	53.60	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15
33	58.30	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
34	63.60	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17
35	69.60	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18
36	76.40	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19
37	84.10	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
38	92.80	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
39	102.60	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22
40	113.80	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23
41	126.60	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24
42	141.20	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25
43	157.80	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26
44	176.80	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27
45	198.60	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28



Temp. día	DEPRESIÓN DEL TERMÓMETRO HÚMEDO (°C)																			
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
0	81	81	75	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18	13	8	3	0	0	0
1	82	83	76	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0	0	0
2	83	84	77	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	16	11	6	1	0	0
3	84	85	78	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17	12	7	2	0	0
4	85	86	79	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18	13	8	3	0	0
5	86	87	80	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24	19	14	9	4	0	0
6	87	88	81	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0	0
7	88	89	82	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	16	11	6	1	0
8	89	90	83	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17	12	7	2	0
9	90	91	84	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18	13	8	3	0
10	91	92	85	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24	19	14	9	4	0
11	92	93	86	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0
12	93	94	87	81	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	16	11	6	1
13	94	95	88	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17	12	7	2
14	95	96	89	83	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18	13	8	3
15	96	97	90	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24	19	14	9	4
16	97	98	91	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
17	98	99	92	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	16	11	6
18	99	100	93	87	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17	12	7
19	100	101	94	88	83	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18	13	8
20	101	102	95	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24	19	14	9
21	102	103	96	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10
22	103	104	97	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	16	11
23	104	105	98	92	87	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17	12
24	105	106	99	93	88	83	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18	13
25	106	107	100	94	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24	19	14
26	107	108	101	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15
27	108	109	102	96	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	16
28	109	110	103	97	92	87	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17
29	110	111	104	98	93	88	83	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18
30	111	112	105	99	94	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24	19
31	112	113	106	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20
32	113	114	107	101	96	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21
33	114	115	108	102	97	92	87	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22
34	115	116	109	103	98	93	88	83	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23
35	116	117	110	104	99	94	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24
36	117	118	111	105	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
37	118	119	112	106	101	96	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26
38	119	120	113	107	102	97	92	87	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27
39	120	121	114	108	103	98	93	88	83	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28
40	121	122	115	109	104	99	94	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29
41	122	123	116	110	105	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30
42	123	124	117	111	106	101	96	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31
43	124	125	118	112	107	102	97	92	87	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32
44	125	126	119	113	108	103	98	93	88	83	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33
45	126	127	120	114	109	104	99	94	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34

tales de conducción, convección y radiación. La radiación es importante porque es por ese proceso que la energía solar activa el ciclo hidrológico. Las propiedades físicas de la Tierra transforman la radiación solar en calor sensible, y redistribuyen la energía entre la atmósfera y las sustancias superficiales (la energía emitida por el sol en forma de radiación de ondas cortas es muy poco absorbida por la atmósfera). La atmósfera es calentada en los estratos inferiores gracias a la emisión de la superficie terrestre, la cual se lleva a cabo por medio de ondas largas, y la redistribución de energía en la atmósfera se procesa principalmente por medio de los fenómenos de conducción y convección.

El aire inicialmente es calentado por conducción, dicho fenómeno se define como el flujo de energía calorífica a través de la materia por medio de actividad molecular interna.

La energía emitida por la Tierra es absorbida principalmente por el vapor de agua y por el dióxido de carbono. Los otros gases, en contacto con los anteriores, son calentados por conducción.

Una vez el aire se ha calentado, decrece su densidad; en otras palabras, el aire que está en contacto con la superficie y que es calentado por conducción tiende a tornarse más leve.

La superficie de la Tierra no es homogénea y hace que el aire sea calentado en forma desigual, lo que resulta en la formación de estratos de aire con densidades diferentes.

Surgen, entonces, fuerzas ascendentes que elevan el aire más caliente, y por consiguiente más liviano, a través del aire vecino más frío y denso.

El aire caliente al ascender se expande, pues a medida que se eleva encuentra presiones atmosféricas menores, y como consecuencia de esto se enfría.

Cuando el aire en ascensión y expansión pierde bastante calor, de forma tal que su densidad es igualada a la del medio ambiente, su elevación cesa. El aire caliente al elevarse es substituido por aire frío de las vecindades. Todo el proceso es conocido como convección o transporte de calor por movimiento de materia.

### 3.2.4.1 Distribución vertical de la temperatura

En la troposfera el decrecimiento de temperatura en la atmósfera es de 0.65°C por cada 100 m aproximadamente, mientras que en la estratosfera se presentan condiciones aproximadamente isotérmicas. La distribución de la temperatura en la atmósfera se presenta en la Figura 3.5.

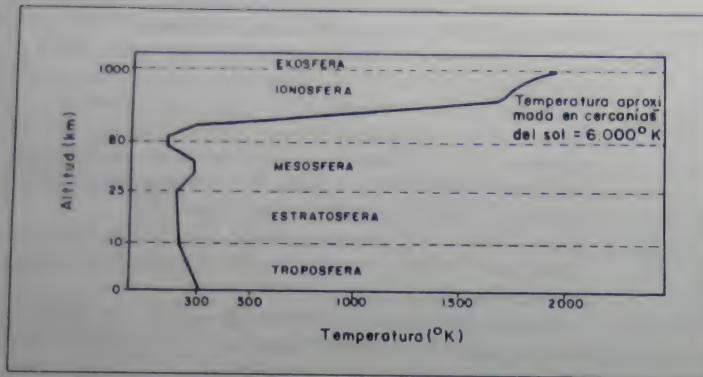


Figura 3.5. Distribución vertical de la temperatura promedio en la atmósfera.

El gradiente vertical de temperatura se define como la tasa de variación de la temperatura con la altitud. Con este valor se puede determinar la estabilidad o la inestabilidad de la atmósfera. El valor de este gradiente depende del contenido de vapor de agua en la atmósfera.

#### a. Gradiente de temperatura adiabática seca

Se define como el gradiente de temperatura que resulta de una compresión o expansión de aire no saturado; cuando un volumen del mismo sube (disminuyendo la presión atmosférica) o desciende (aumentando la presión atmosférica). En la realidad el proceso no es estrictamente adiabático pues siempre ocurre transferencia de calor entre el volumen de aire y el medio ambiente. Sin embargo, el aire es tan pobre conductor y emisor de calor que para propósitos meteorológicos el proceso puede ser considerado adiabático.

Un proceso adiabático es un proceso termodinámico en el cual no existe intercambio de calor entre el sistema que trabaja y su medio ambiente.

Cuando una masa de aire en un determinado nivel es forzada hacia un nivel más bajo, la presión más alta del nivel inferior actúa para disminuir el volumen. El trabajo de compresión se convierte en energía calorífica y se manifiesta por aumento de temperatura. El proceso se denomina calentamiento dinámico. En caso contrario, un volumen de aire que se eleva, se expande al quedar expuesto a presiones más bajas. El volumen en ascensión realiza un trabajo sobre el medio ambiente. La fuente de energía de ese volumen para realizar ese trabajo es su propia energía interna. El proceso se denomina enfriamiento dinámico.

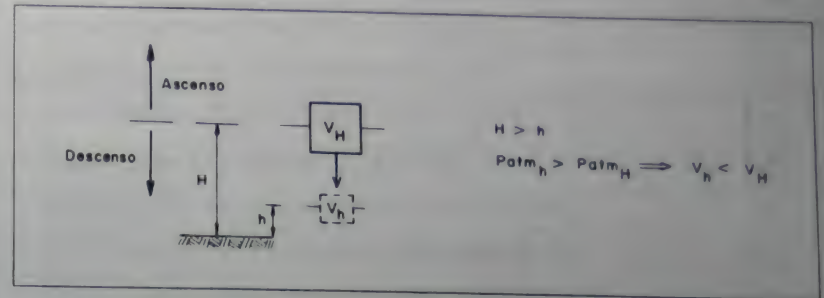


Figura 3.6. Compresión y expansión de un volumen de aire en la atmósfera.

Gradiente de temperatura adiabática seca: la temperatura de aire no saturado elevada adiabáticamente decrece 1°C por cada 100 m.

#### b. Gradiente de temperatura adiabática saturada

Se estudiarán algunas definiciones antes de definir dicho gradiente:

##### Calor latente de evaporación, $H_v$

Es la cantidad de calor absorbido por el agua para pasar de su estado líquido al gaseoso a temperatura constante.

$$H_v = 597.3 - 0.564 t \quad (3.21)$$

$t$ : temperatura (°C)

$H_v$ : en cal/gr

##### Calor latente de fusión, $H_f$

Es la cantidad de calor requerido para pasar del estado sólido al estado líquido.

$$H_f = 79.7 \text{ cal/gr a temperatura de } 0^\circ\text{C} \quad (3.22)$$

##### Calor latente de sublimación, $H_s$

Es la cantidad de calor requerido para pasar del estado sólido al gaseoso.

$$H_s = H_v + H_f \quad (3.23)$$



$$H_i = 677 \text{ cal/gr a temperatura de } 0^\circ\text{C}$$

Todos los procesos anteriores exigen esta cantidad de calor. Los procesos inversos ceden esta misma cantidad de calor.

Cuando el agua se evapora, se remueve o pierde calor del líquido que se evapora. Cuando el vapor de agua se condensa, se libera calor al sistema en el cual se condensa.

Cuando un volumen de aire saturado con vapor de agua se eleva adiabáticamente, se expande y se enfría dinámicamente. El enfriamiento de vapor de agua causa condensación (cambio del estado gaseoso al estado líquido) y resulta en una liberación de una cantidad de calor igual al calor latente de evaporación. Dicho calor sirve para reducir la tasa de enfriamiento del volumen ascendente. Como conclusión, se puede afirmar que el gradiente de temperatura adiabática saturada es menor que el gradiente de temperatura adiabática seca. Se exige, sin embargo, para que el proceso sea realmente adiabático, que el producto de condensación del sistema permanezca en él a lo largo de su ascensión, o sea que no haya precipitación.

El gradiente de temperatura adiabática saturada depende de la temperatura, así.

Estratos bajos de la atmósfera:

- En aire saturado a  $20^\circ\text{C}$  es de  $0.43^\circ\text{C}$  por cada 100 m.
- En aire saturado a  $0^\circ\text{C}$  es de  $0.65^\circ\text{C}$  por cada 100 m.

Grandes altitudes:

Dicho valor tiende a  $1^\circ\text{C}$  por cada 100 m (debido a que la cantidad de vapor de agua en grandes altitudes es muy pequeña).

### c. Gradiente de temperatura pseudoadiabática

Si en un movimiento ascendente de un volumen de aire saturado ocurre precipitación, la temperatura sufrirá un enfriamiento pseudoadiabático. El proceso no es estrictamente adiabático porque alguna energía es retirada del sistema por la precipitación.

El gradiente de temperatura pseudoadiabática es similar, para la mayoría de los fenómenos meteorológicos, al gradiente de temperatura adiabática saturada.

### d. Gradiente de temperatura del ambiente atmosférico

La variación del estado térmico del medio ambiente atmosférico se describe por el gradiente de la temperatura del ambiente atmosférico ( $\tau$ ).

La magnitud relativa entre el gradiente de temperatura del ambiente atmosférico y el gradiente de temperatura adiabática seca ( $\gamma$ ) determina la estabilidad convectiva del aire.

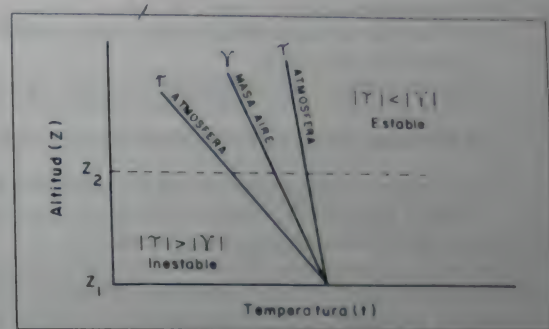


Figura 3.7. Estabilidad convectiva del aire.

Supongamos que una partícula de aire seco en equilibrio térmico con el medio ambiente, por cualquier motivo es elevada del nivel  $Z_1$  al nivel  $Z_2$  más alto. Considérese, además, que el movimiento ascendente de esta partícula no modifica el perfil estructural de la atmósfera ambiente. Se debe tener en cuenta que se exige un disturbio inicial para provocar un movimiento vertical.

La partícula moviéndose verticalmente se enfría con una tasa ( $\gamma$ ) mientras que la temperatura ambiente decrece con otra tasa ( $\tau$ ).

Si  $|\tau| < |\gamma|$  el volumen elevado a una posición más alta siempre estará más frío que el medio ambiente. Si prevalecen condiciones estáticas, la intensidad de presión en el volumen y en sus vecindades será idéntica. Por consiguiente, la densidad del volumen de la parcela de aire será mayor que la del medio ambiente. Cuando la fuerza de ascensión sea removida, ella tenderá a volver a su posición original. Dicha condición se denomina equilibrio estable.

Si  $|\tau| > |\gamma|$ , la densidad del volumen será siempre menor que la del medio ambiente, y tenderá a continuar subiendo aun después de que la fuerza inicial haya cesado. Dicha condición se denomina equilibrio inestable.

Si  $|\tau| = |\gamma|$ , dicha condición se denomina equilibrio indiferente.

### 3.2.4.2 Distribución geográfica de la temperatura

- Es máxima en bajas latitudes y decrece hacia los polos.
- Tiene una tendencia muy distorsionada por la presencia de mares y continentes, topografía y vegetación.

- Hacia el interior de los continentes la temperatura es más grande en verano y mínima en invierno.
- La temperatura decrece con la altitud.
- El intervalo de variación de la temperatura en áreas boscosas es menor que en áreas desérticas.
- La temperatura en las ciudades es más elevada que en el campo.

### 3.2.4.3 Variación de la temperatura con el tiempo

- La temperatura es proporcional a la fluctuación de la radiación solar incidente. Sin embargo, existe un desfase entre ambas características, según las condiciones atmosféricas del día.

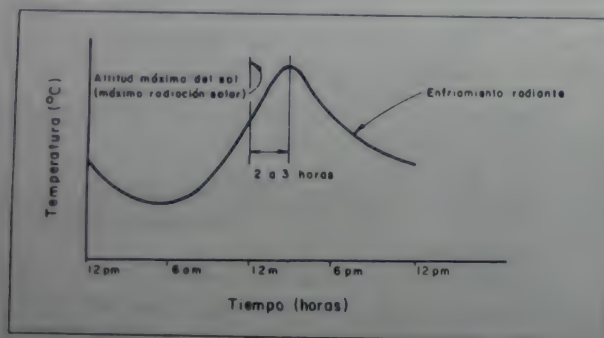


Figura 3.8. Variación diaria de la temperatura.

- El intervalo diurno de temperatura se define como la diferencia entre las temperaturas máxima y mínima diarias.
- En días nublados la temperatura máxima es menor por causa de la reducción de la insolación o radiación solar. La temperatura mínima es mayor por causa de la reducción de pérdidas (reflexión, principalmente).
- La temperatura media diaria se define normalmente como la media aritmética entre la temperatura máxima diaria y la temperatura mínima diaria.
- La temperatura promedio diaria es el promedio de varias temperaturas en el día

$$t_p = \sum_{i=1}^n t_{i/n} \quad (3.24)$$

Es del orden de 1°C mayor que la temperatura media diaria.

- Temperatura normal o diaria normal: es el promedio de las temperaturas de una fecha dada durante un periodo del año. Por ejemplo, la temperatura del 1° de octubre:

$$t_n = \sum_{i=1}^m t_{10 \text{ octubre}} / m \quad (3.25)$$

En donde m es el número de años con temperatura promedio diaria del día 10. de octubre.

- Temperatura media mensual es el promedio de las temperaturas medias diarias en un mes.
- Temperatura media anual es el promedio de las temperaturas medias mensuales en un año.

### 3.2.5 Viento

El viento se produce por la diversidad de las temperaturas en la superficie de la Tierra.

Su dirección se mide con veletas y su velocidad se mide con anemómetros.

La variación de la velocidad del viento no es fácil de determinar, pero para efectos prácticos se puede expresar como:

$$(V_1/V_2) = (Z_1/Z_2)^n \quad (3.26)$$

en donde:

- $V_1$ : velocidad del viento a una altura  $Z_1$  metros por encima del suelo (m/s)
- $V_2$ : velocidad del viento a una altura  $Z_2$  metros por encima del suelo (m/s)
- $n$ : 1/7 para condiciones adiabáticas.

Esta fórmula es válida siempre y cuando los valores de  $Z_1$  y  $Z_2$  no excedan el valor de 10 m sobre la superficie del terreno.

## 3.3 PRECIPITACIÓN, FORMACIÓN Y TIPOS

Precipitación es, en general, el término que se refiere a todas las formas de humedad emanadas de la atmósfera y depositadas en la superficie terrestre, tales como lluvia, granizo, rocío, neblina, nieve o helada.

### 3.3.1 Formación de las precipitaciones

Los elementos necesarios para la formación de las precipitaciones son los siguientes:

- Humedad atmosférica.
- Radiación solar.



**Figura 3.9. Cortes verticales de un ciclón**

Se forma un frente cuando una masa de aire en movimiento encuentra otra masa de aire de diferente temperatura. Si la masa de aire en movimiento es fría y encuentra en su camino otra de temperatura superior, el aire de esta última, por ser menos denso, se eleva sobre la capa de aire frío formando un frente frío. Si la masa de mayor temperatura encuentra en su movimiento una masa de aire frío, se forma un frente cálido.

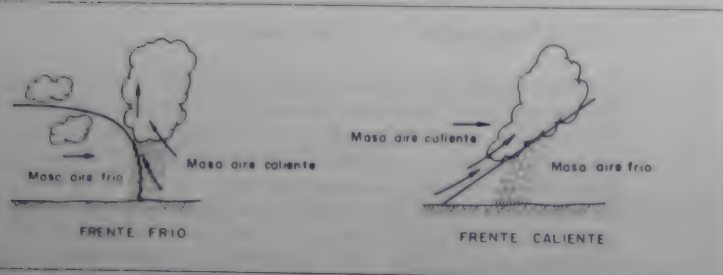


Figura 3.10 Frentes frío y cálido

Las precipitaciones por convergencia, en general, son de larga duración y presentan intensidades de bajas a moderadas, y se esparcen por grandes áreas.

### 3.3.3 Distribución geográfica de la precipitación

En la Figura 3.11 se presenta un esquema de la variación de la precipitación promedio anual contra la latitud en la Tierra. Se aprecian valores máximos a los 0° y 60° de latitud norte y sur, y mínimos a los 30° y 90° de latitud norte y sur.

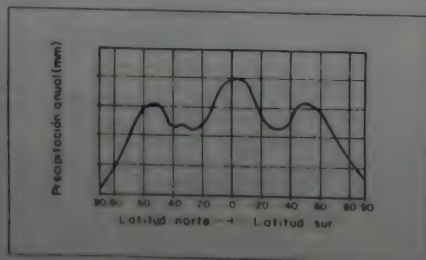


Figura 3.11 Distribución geográfica de la precipitación promedio anual

## 3.4 MEDIDAS PLUVIOMÉTRICAS

Se expresa la cantidad de lluvia,  $\Delta h$ , como la altura caída y acumulada sobre una superficie plana e impermeable.

Para dichas mediciones se utilizan los pluviómetros y los pluviógrafos

### Medidas características

- Altura pluviométrica, en mm, se expresa diariamente, mensualmente, anualmente, etc.
- Intensidad de precipitación:

$$i = \Delta h / \Delta t \text{ expresada en mm/hora.}$$

- Duración es el período de tiempo en horas, por ejemplo, desde el inicio hasta el fin de la precipitación.

En la Figura 3.12 se presenta un registro pluviográfico típico, cuyo eje de las ordenadas es la cantidad de lluvia caída y el eje de las abscisas el tiempo en el cual dicha lluvia se presentó.

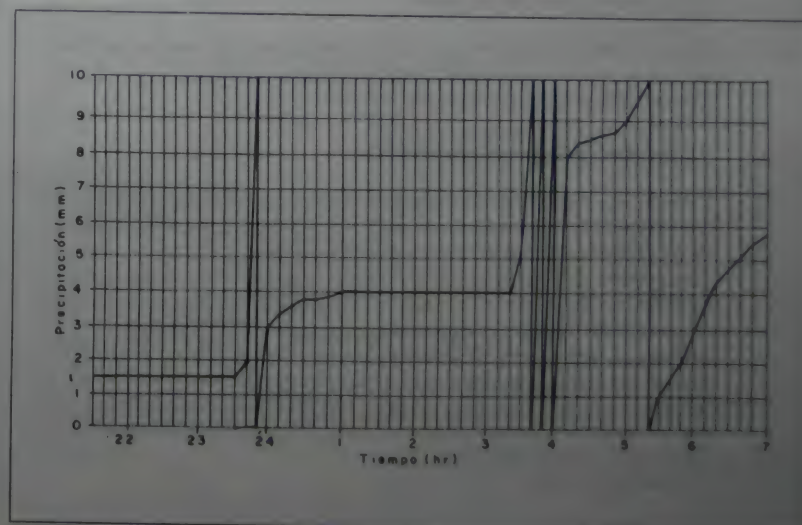


Figura 3.12 Registro pluviográfico en carta de duración diaria



### 3.4.1 Datos faltantes

Existen estaciones pluviométricas con datos faltantes en sus registros debido, entre otros factores, a la negligencia del operador o a la ausencia del aparato durante determinado tiempo.

Como en hidrología se trabaja con series continuas, se deben completar dichos datos faltantes.

En general, se puede utilizar la siguiente fórmula para completar dichos datos faltantes, siempre y cuando se conozcan datos durante ese período en otras estaciones pluviométricas cercanas.

$$P_x = 1/n [(N_x/N_1) P_1 + (N_x/N_2) P_2 + \dots + (N_x/N_n) P_n] \quad (3.27)$$

en donde:

$n$ : número de estaciones pluviométricas con datos de registros continuos cercanas a la estación "x", la cual va a ser completada en su registro.

$P_x$ : Precipitación de la estación "x" durante el período de tiempo por completar.

$P_1$  a  $P_n$ : precipitación de las estaciones 1 a n durante el período de tiempo por completar.

$N_x$ : precipitación media anual a nivel multianual de la estación "x".

$N_1$  a  $N_n$ : precipitación media anual a nivel multianual de las estaciones de 1 a n.

### 3.4.2 Análisis de dobles masas

Es el método utilizado para verificar la homogeneidad de los datos en una estación pluviométrica. Se quiere comprobar con esto si hubo alguna anomalía en la estación pluviométrica durante algún período, tal como el cambio de lugar de dicha estación, cambio de las condiciones del aparato registrador, o modificaciones en su método de construcción.

El método consiste en construir una curva doble acumulativa, en la cual son relacionados los totales anuales acumulados de precipitación de un determinado lugar y la media acumulada de los totales anuales de todos los puestos de la región, considerada climatológicamente homogénea y por consiguiente homogénea desde el punto de vista de datos. Se construye, de esta manera, una gráfica como la mostrada en la Figura 3.13.

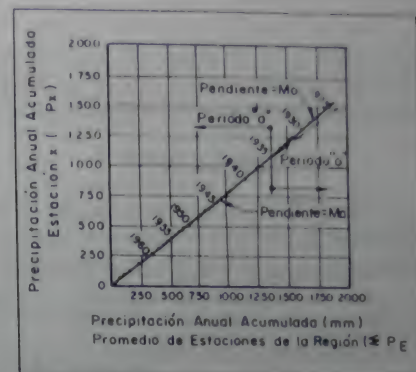


Figura 3.13. Verificación de la homogeneidad de datos pluviométricos.

En caso de que no haya cambio en la pendiente de la línea, la estación "x" es homogénea en sus datos de precipitación.

$$M_x = \frac{\left( \sum_{i=1}^k P_{x_i} \right)}{\left( \sum_{i=1}^k P_{e_i} \right)} \quad (3.28)$$

En el período a

$k$  = número de años en el período a

$$M_o = \frac{\left( \sum_{i=1}^l P_{e_i} \right)}{\left( \sum_{i=1}^l P_{e_i} \right)} \quad (3.29)$$

En el período b

$l$  = número de años en el período b

En caso de cambio de la pendiente, no existe homogeneidad. Por consiguiente, sus datos deben ser corregidos para las condiciones actuales (suponiendo que los datos actuales son homogéneos), de la siguiente manera:

$$P_{aj} = (M_a/M_o) P_o \quad (3.30)$$

en donde:

- $P_{aj}$ : observaciones de precipitación ajustadas a las condiciones actuales de localización, exposición o método de observación del puesto pluviométrico.  
 $P_o$ : datos observados que deben ser corregidos.  
 $M_a$ : pendiente de la recta durante el período correcto de toma de datos.  
 $M_o$ : pendiente de la recta en el período en que se hicieron las observaciones  $P_o$ .

Para dibujar la Figura 3.13 se construye un cuadro de la siguiente manera:

Cuadro 3.4. Análisis de dobles masas

(1) Año i	(2) $P_{X_i}$ (mm)	(3) $P_{\theta_i}$ (mm)	(4) $\sum P_{X_i}$ (mm)	(5) $\sum P_{\theta_i}$ (mm)
1	$P_{X_1}$	$P_{\theta_1}$	$P_{X_1}$	$P_{\theta_1}$
2	$P_{X_2}$	$P_{\theta_2}$	$P_{X_1} + P_{X_2}$	$P_{\theta_1} + P_{\theta_2}$
3	$P_{X_3}$	$P_{\theta_3}$	$P_{X_1} + P_{X_2} + P_{X_3}$	$P_{\theta_1} + P_{\theta_2} + P_{\theta_3}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
m		$P_{\theta_m}$	$P_{X_1} + P_{X_2} + \dots + P_{X_m}$	$P_{\theta_1} + P_{\theta_2} + \dots + P_{\theta_m}$

$$P_{\theta_i} = \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P_j \right) \quad (3.31)$$

- $n$ : número de estaciones de la región considerada homogénea.  
 $P_j$ : precipitación de la estación  $j$  de la región considerada homogénea.  
 $m$ : número total de años considerados.

En la Figura 3.13 se grafican las parejas de puntos de las columnas (4) y (5) del Cuadro 3.4.

## 3.5 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE DATOS HIDROLÓGICOS

### 3.5.1 Presentación y análisis de datos

En una serie de datos estadísticos de una estación hidrológica de medidas, es indispensable resumir esta multitud de cifras en elementos sintéticos que caractericen la estación desde el punto de vista considerado. Se busca definir una serie de  $n$  observaciones de valores individuales  $x_i$  con  $i \leq n$ , desde los tres puntos de vista siguientes:

#### a. Valor central o dominante de la serie

##### 1) Media

La media aritmética se define como:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.32)$$

##### 2) Mediana

Se define como el valor que divide las frecuencias de una distribución de probabilidades en partes iguales o, en otras palabras, es el valor que ocurre con una probabilidad del 50%. El mismo concepto es aplicable a una tabla de frecuencias de una serie de datos agrupados en clases o categorías.

La mediana, en problemas hidrológicos, es muchas veces la medida más conveniente de la tendencia central porque no se ve afectada por valores extremos.

##### 3) Moda

Es el valor que ocurre con mayor frecuencia en una distribución de probabilidades, o en una tabla de frecuencias de una serie de datos agrupados en clases o categorías.

#### b. Dispersión o fluctuación de diversas observaciones alrededor del valor central

##### 1) Desviación estándar:



$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (3.33)$$

2) Varianza:

$$Var = S^2 \quad (3.34)$$

3) Rango: Diferencia entre los valores mayor y menor de la serie.  
4) Coeficiente de variación:

$$C_v = S / \bar{X} \quad (3.35)$$

### c. Característica de forma

Se define por el coeficiente de oblicuidad. Este coeficiente da idea de la simetría de la distribución.

$$C_s = a / S^3 \quad (3.36)$$

$$a = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^3 \quad (3.37)$$

$C_s = 0$  Distribución simétrica

$C_s > 0$  Distribución oblicua hacia la derecha

$C_s < 0$  Distribución oblicua hacia la izquierda

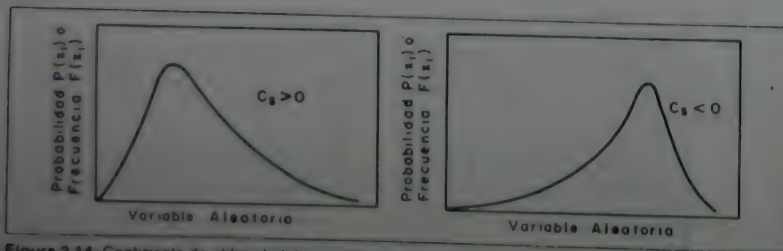


Figura 3.14. Coeficiente de oblicuidad de una distribución

Se introduce en esta parte el concepto de variable aleatoria, para entendimiento de la figura inmediatamente anterior.

Variable aleatoria: Se define como variable aleatoria una cantidad variable  $x$  por medio de la cual sea posible definir una función  $P(x_i)$  que, para cada valor real  $x$  que la variable aleatoria pueda tomar, mida la probabilidad de que se verifiquen valores de  $x$  menores o al menos iguales a  $x$ .

$$P(x \leq x_i) = P(x_i) \quad (3.38)$$

En general, y para no crear confusión,  $P(x) = P(x_i)$ , en donde  $P(x)$  es el valor tomado por la función de distribución acumulativa o de repartición de la variable aleatoria, en correspondencia a un valor específico  $x$ .

## 3.5.2 Distribuciones de probabilidad de interés en hidrología

### 3.5.2.1 Normal o Gauss

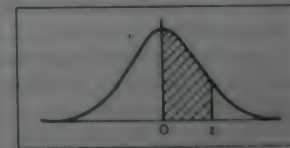
$$P(x \leq x_i) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_i} e^{-(x - \bar{X})^2 / 2S^2} dx \quad (3.39)$$

Moda, media y mediana son iguales.  $C_s = 0$

Con media  $\bar{X}$ , desviación estándar  $S$ , y variable aleatoria  $x_i$ , representada por  $N(\bar{X}, S)$ .

- Si se hace

$$z_i = \frac{x_i - \bar{X}}{S} \quad (3.40)$$



Con la nueva variable aleatoria, denominada variable reducida, se tendrá una distribución normal o de Gauss con media igual a cero y desviación estándar igual a uno  $N(0,1)$

$$P(z \leq z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_i} e^{-z^2/2} dz \quad (3.41)$$

la cual está tabulada según el Cuadro 3.5; esta probabilidad  $P(z \leq z_i)$  es idéntica a la

probabilidad  $P(x \leq x_i)$ , dado  $z_i = \frac{x_i - \bar{X}}{S}$

De la Ecuación (3.40) anterior y del Cuadro 3.5, se tiene:

- Para  $x_i = \bar{X} \Rightarrow z_i = 0$ ;  $P(z \leq 0) = 0.5000$
- Para  $x_i = \bar{X} \Rightarrow z_i = -1$ ;  $P(z \leq -1) = 0.1587$
- Para  $x_i = \bar{X} + S \Rightarrow z_i = 1$ ;  $P(z \leq 1) = 0.8413$

Se puede construir, así sucesivamente, el denominado papel probabilístico normal presentado en la Figura 3.15.

En las abscisas se presenta el valor de la variable reducida  $z$  o el de  $P(x \leq x_i)$ . En las ordenadas la variable aleatoria  $x_i$ .

Para el ajuste de una serie de datos observados —función de frecuencia acumulada— a una ley teórica, como la distribución normal, se tienen los siguientes métodos:

### a. Método de momentos

Este método utiliza las características de la muestra para ajustar la función de frecuencia acumulada a una ley probabilística o distribución teórica.

Los pasos del método son los siguientes:

- 1) Calcular las características estadísticas de la muestra  $\bar{X}$ ,  $S$  y  $C_s$ .
- 2) Ordenar los eventos de la muestra, de mayor a menor, determinando, además, el número de orden  $i$  de cada evento.
- 3) Determinar, para cada evento, la frecuencia  $F(x \geq x_i)$  con que es superado o igualado.

$$F(x \geq x_i) = 1 - F(x \leq x_i) = (i / (n + 1)) \quad (3.42)$$

$$F(x \leq x_i) = F(x_i) = (1 - \frac{i}{n+1}) \quad (3.43)$$

donde:

$i = 1$  hasta  $n$ , siendo  $n$  el número total de eventos considerado. El valor de  $i = 1$  corresponde al evento mayor,  $i = 2$  al evento siguiente, y así sucesivamente hasta  $i = n$ , correspondiente al evento menor. Aunque existen varias fórmulas para determinar la frecuencia con que un evento es igualado o superado, la fórmula anterior, denominada fórmula de Kimball, es comúnmente utilizada en literatura norteamericana.

Cuadro 3.5. Áreas debajo de la curva normal estándar desde 0 hasta  $z$

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0754
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2258	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2996	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4955	0.4956	0.4957	0.4958	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974	0.4975
2.8	0.4976	0.4977	0.4978	0.4979	0.4980	0.4981	0.4982	0.4983	0.4984	0.4985
2.9	0.4986	0.4987	0.4988	0.4989	0.4990	0.4991	0.4992	0.4993	0.4994	0.4995
3.0	0.4996	0.4997	0.4998	0.4999	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000



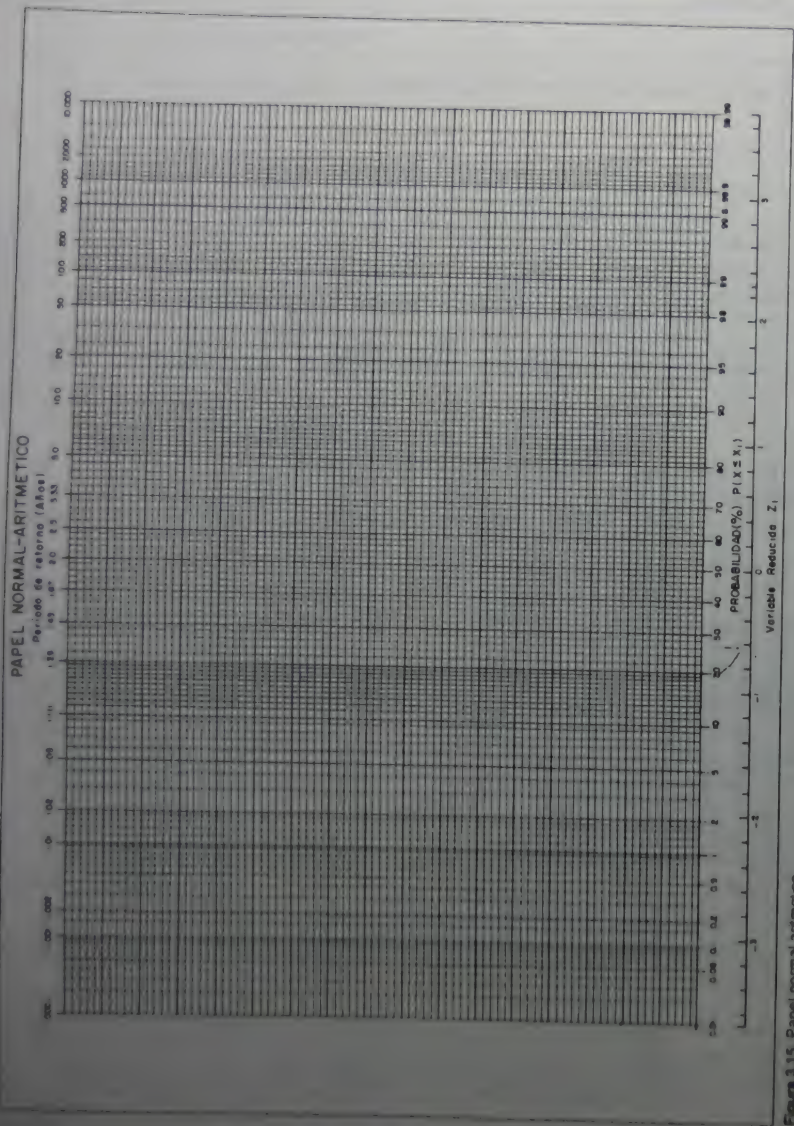


Figura 3.15. Papel normal aritmético

- 4) Considerando  $F(x_i) = F(x \leq x_i)$  como una buena estimación de la probabilidad teórica  $P(x_i) = P(x \leq x_i)$ , identificar  $P(x_i)$  con  $F(x_i)$ .
- 5) En papel probabilístico normal (algunas veces denominado papel normal aritmético) graficar los valores  $[F(x \leq x_i), x_i]$ .
- 6) Determinar los puntos:  
 $(0.5000, \bar{X})$   
 $(0.1587, \bar{X} - S)$   
 $(0.8413, \bar{X} + S)$
- 7) Trazar una línea recta a través de dichos puntos. Esta línea representa el ajuste de una serie de datos observados, o función de frecuencia acumulada, a la ley probabilística normal.
- 8) Para cualquier valor de  $z_i$  se puede calcular su correspondiente valor  $P(z \leq z_i)$  en una distribución  $N(0,1)$ , según el Cuadro 3.5. Adicionalmente,

$$x_i = \bar{X} + S z_i \quad (3.44)$$

Determinándose de esta manera el valor de  $x_i$  en una distribución  $N(\bar{X}, S)$ .

**NOTA:** A pesar de que estadísticamente hablando  $(F(x \geq x_i))$  no es exactamente igual a  $(1 - F(x \leq x_i))$  sino a  $1 - F(x < x_i)$ , el valor de  $F(x = x_i)$  es tan pequeño para variables aleatorias continuas que  $F(x \geq x_i)$  se puede tomar igual a  $(1 - F(x \leq x_i))$ .

#### b. Método de mínimos cuadrados

Este método utiliza cada uno de los datos actuales de la muestra para efectuar el ajuste a la distribución teórica.

Los pasos del método son los siguientes:

- 1) Ejecutar los pasos 2) y 3) del método anterior.
- 2) Determinar, para cada evento, el valor de la variable reducida  $z_i$  correspondiente a cada valor de  $F(x \leq x_i)$ , suponiéndolo como una buena estimación teórica de  $P(x \leq x_i)$ . Para este paso utilizar el Cuadro 3.5.
- 3) Graficar en papel probabilístico normal los valores  $(z_i, x_i)$ .
- 4) Efectuar un análisis de mínimos cuadrados entre las variables  $x_i$  y  $z_i$ , hallando los valores de las constantes  $a$  y  $b$  en la recta de regresión  $x_i = a + b z_i$ .
- 5) Graficar dicha recta, la cual representa el ajuste de la serie de datos observados  $x_i$  a la ley probabilística normal.
- 6) Para cualquier valor de  $z_i$  se puede averiguar su correspondiente valor  $P(z \leq z_i) = P(x \leq x_i)$  o viceversa. Por otro lado, por medio de la recta de regresión del paso 4, se puede determinar  $x_i$  conocido  $z_i$ .

### c. Método de Chow

Ver Anexo al Capítulo 3.

#### 3.5.2.2 Log-normal

Si la variable  $x$  de la Ecuación (3.39) se reemplaza por una función  $y = f(x)$ , tal que  $y = \log x$ , la función puede normalizarse (lo mismo podría decirse de  $y = x^{1/2}$ ,  $y = x^{1/3}$ , etc.), transformándose en una ley de probabilidades denominada log-normal,  $N(\bar{Y}, S_y)$ . En la Figura 3.16 se presenta su correspondiente papel probabilístico.

Los valores originales de la variable aleatoria  $x_i$  deben ser transformados a  $y_i = \log x_i$ , de tal manera que:

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^n \log x_i / n; \quad (3.45)$$

es la media de los datos de la muestra transformada.

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}{n-1}} \quad (3.46)$$

es la desviación estándar de los datos de la muestra transformada.

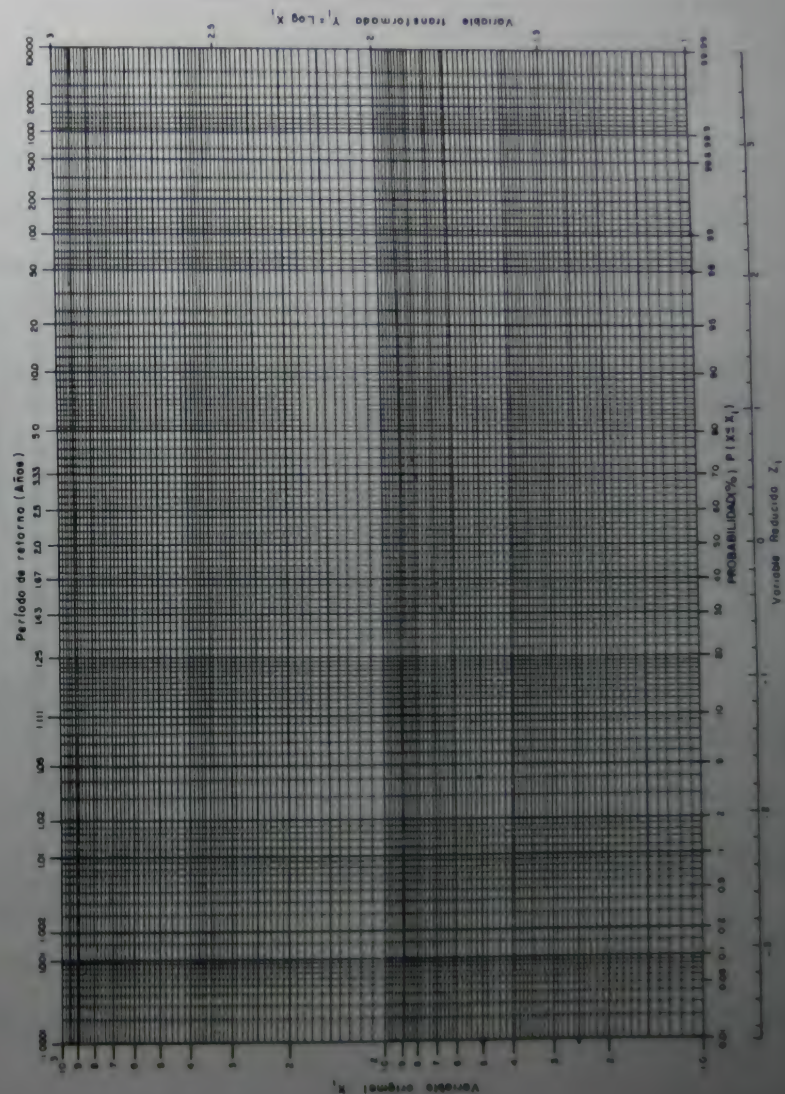
$$C_s = a / S_y^3 \quad (3.47)$$

$$a = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^3 \quad (3.48)$$

es el coeficiente de oblicuidad de los datos de la muestra transformada.

Para el ajuste de una serie de datos observados —función de frecuencia acumulada— a una ley teórica, como la distribución log-normal, se tienen los siguientes métodos:

PAPEL NORMAL - LOGARITMICO





### a. Método de momentos

Para el coeficiente de oblicuidad o asimetría  $C_s$ , de los valores originales, cercano a cero.

- 1) Transformar los valores originales de la variable aleatoria  $x_i$  a  $y_i = \log x_i$ . Calcular las características estadísticas  $\bar{Y}$ ,  $S_y$  y  $C_{s_y}$ .
- 2) Ejecutar los pasos 2) y 3) del numeral 3.5.2.1, parágrafo a, método de momentos, para los valores originales de la variable aleatoria  $x_i$ .
- 3) En papel logarítmico probabilístico normal algunas veces denominado papel normal-logarítmico (ver Figura 3.16), graficar los valores  $(F(x \leq x_i), x_i)$ . Téngase en cuenta que si los valores  $x_i$  son graficados en papel logarítmico, igualmente lo que se grafica es el  $\log x_i = y_i$  en papel aritmético.
- 4) Dibujar los puntos siguientes en papel logarítmico probabilístico normal. (0.500, Antilog  $\bar{Y}$ )  
(0.1587, Antilog  $(\bar{Y} - S_y)$ )  
(0.8413, Antilog  $(\bar{Y} + S_y)$ )
- 5) Trazar una línea recta a través de dichos puntos. Dicha línea representa el ajuste de una serie de datos observados, o función de frecuencia acumulada, a una ley probabilística logarítmico-normal.

### b. Método de mínimos cuadrados

Para el coeficiente de oblicuidad o asimetría  $C_s$ , de los valores originales, cercano a cero.

- 1) Transformar los valores originales de la variable aleatoria  $y_i = \log x_i$ .
- 2) Ejecutar los pasos 2) y 3) del numeral 3.5.2.1, parágrafo a, Método de momentos, para los valores de la variable transformada  $y_i = \log x_i$ .
- 3) Determinar, para cada evento, el valor de la variable reducida  $z_i$ , correspondiente a cada valor  $F(y \leq y_i)$ , suponiéndolo como una buena estimación teórica de  $P(y \leq y_i)$ . Para este paso, utilizar el Cuadro 3.5.
- 4) Graficar en papel normal-logarítmico los valores  $(z_i, x_i = \text{antilog } y_i)$ .
- 5) Efectuar un análisis de mínimos cuadrados entre las variables  $y_i$  y  $z_i$ , hallando los valores de las constantes  $a$  y  $b$  en la recta de regresión  $y_i = a + b z_i$ . De aquí  $x_i = \text{antilog } y_i$ , es decir  $x_i = \text{antilog } (a + b z_i)$ .
- 6) Graficar esta última ecuación, en papel normal logarítmico, la cual representa el ajuste de la serie de datos observados a la ley probabilística logarítmico-normal.
- 7) Para cualquier valor de  $z_i$ , se puede calcular su correspondiente valor  $P(z \leq z_i) = P(y \leq y_i)$  o viceversa. Por otro lado, por medio de la recta de regresión del paso 5 se puede determinar  $y_i$ . Finalmente,  $x_i = \text{antilog } y_i$ .

### c. Método de Chow

Ver Anexo al Capítulo 3. Este método es útil en el caso en que el coeficiente de oblicuidad de la muestra  $C_s$ , de los valores originales sea diferente de cero, o no cercano a este valor.

#### 3.5.2.3 Gumbel o de valores extremos

Es una función de probabilidades usualmente utilizada para valores máximos aleatorios sacados de poblaciones suficientemente grandes.

$$P(x \leq x_i) = e^{-e^{-y_i}} \quad (3.49)$$

$e$  es la base de los logaritmos neperianos  
 $y_i$  es la variable reducida, tal que

$$y_i = a(x_i - \bar{x}) \quad (3.50)$$

$$a = \frac{S_n}{S} \quad (3.51)$$

$$x_f = \bar{X} - S \frac{Y_n}{S_n} \quad (3.52)$$

$\bar{X}$  es el promedio de los datos de la muestra

$S$  es la desviación estándar de los datos de la muestra

$x_i$  datos de la muestra, desde  $i$  igual a 1 hasta  $n$

$Y_n$  y  $S_n$  dependen del número de años de registros de la muestra  $n$ , y son respectivamente la media y la desviación estándar de la variable reducida  $y$ . Sus valores se presentan en el Cuadro 3.6.

La función de probabilidades teórica de Gumbel posee un coeficiente de oblicuidad  $C_s$ , igual 1.139. Esto significa que si los datos de una muestra se ajustan a esta distribución, su coeficiente de oblicuidad debe estar cercano a este valor.

La construcción del papel Gumbel (denominado algunas veces papel Gumbel aritmético) en el eje de las abscisas se lleva a cabo por medio de la Ecuación (3.49). El eje de las ordenadas, en papel aritmético, sirve para graficar la variable aleatoria original  $x_i$ . En la Figura 3.17 se presenta este papel probabilístico.

De la Ecuación (3.49)

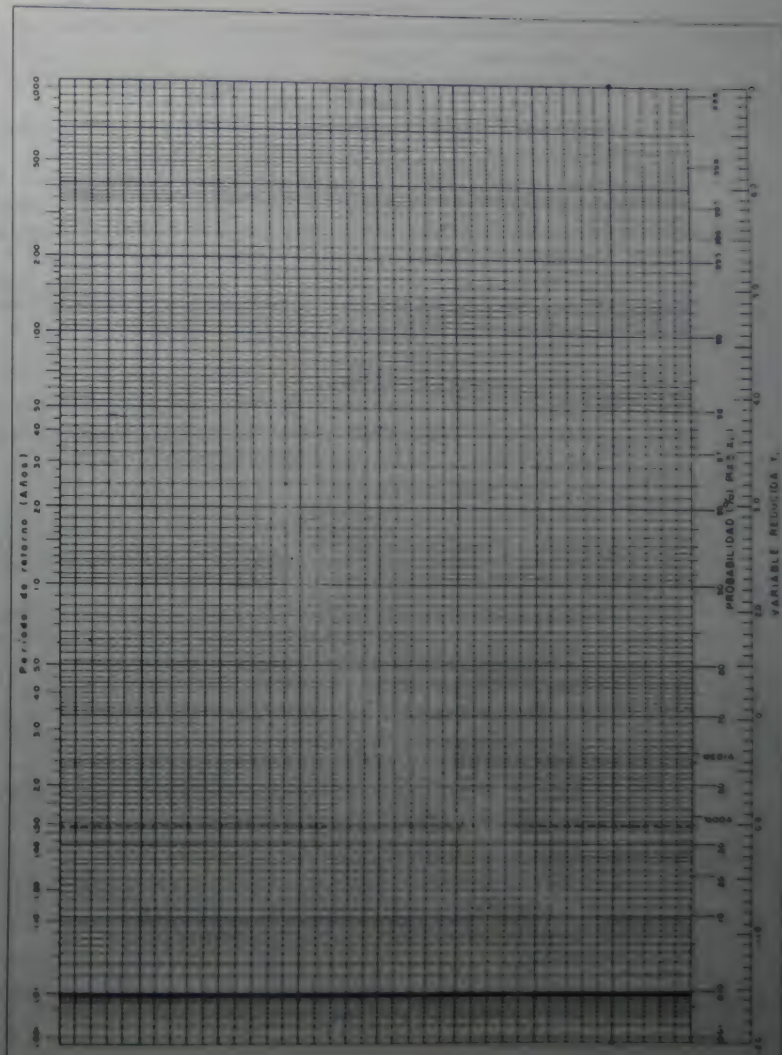
$$-\ln P(x \leq x_i) = e^{-y_i}$$

$$[-\ln \{-\ln P(x \leq x_i)\}] = y_i \quad (3.53)$$

Cuadro 3.6. Método de Gumbel. Valores de  $Y_n$  y  $S_n$ 

n	$Y_n$	$S_n$	n	$Y_n$	$S_n$	n	$Y_n$	$S_n$
2	0.4043	0.4984	37	0.5418	1.1339	84	0.5576	1.1967
3	0.4286	0.6435	38	0.5424	1.1363	86	0.5580	1.1980
4	0.4458	0.7315	39	0.5430	1.1388	88	0.5583	1.1994
5	0.4588	0.7928	40	0.5436	1.1413	90	0.5586	1.2007
6	0.4690	0.8388	41	0.5442	1.1436	92	0.5589	1.2020
7	0.4774	0.8749	42	0.5448	1.1458	94	0.5592	1.2032
8	0.4843	0.9043	43	0.5453	1.1480	96	0.5595	1.2044
9	0.4902	0.9288	44	0.5458	1.1499	98	0.5598	1.2055
10	0.4952	0.9497	45	0.5463	1.1519	100	0.5600	1.2065
11	0.4996	0.9676	46	0.5468	1.1538	150	0.5646	1.2253
12	0.5035	0.9833	47	0.5473	1.1557	200	0.5672	1.2360
13	0.5070	0.9972	48	0.5477	1.1574	250	0.5688	1.2429
14	0.5100	1.0095	49	0.5481	1.1590	300	0.5699	1.2479
15	0.5128	1.0206	50	0.5485	1.1607	400	0.5714	1.2545
16	0.5157	1.0316	51	0.5489	1.1623	500	0.5724	1.2588
17	0.5181	1.0411	52	0.5493	1.1638	750	0.5738	1.2651
18	0.5202	1.0493	53	0.5497	1.1653	1000	0.5745	1.2685
19	0.5220	1.0566	54	0.5501	1.1667			
20	0.5236	1.0628	55	0.5504	1.1681			
21	0.5252	1.0686	56	0.5508	1.1696			
22	0.5268	1.0754	57	0.5511	1.1708			
23	0.5283	1.0811	58	0.5515	1.1721			
24	0.5296	1.0864	59	0.5518	1.1734			
25	0.5309	1.0915	60	0.5521	1.1747			
26	0.5320	1.0961	62	0.5527	1.1770			
27	0.5332	1.1004	64	0.5533	1.1793			
28	0.5343	1.1047	66	0.5538	1.1814			
29	0.5353	1.1086	68	0.5543	1.1834			
30	0.5362	1.1124	70	0.5548	1.1854			
31	0.5371	1.1159	72	0.5552	1.1873			
32	0.5380	1.1193	74	0.5557	1.1890			
33	0.5388	1.1226	76	0.5561	1.1906			
34	0.5396	1.1255	78	0.5565	1.1923			
35	0.5403	1.1285	80	0.5569	1.1938			
36	0.5410	1.1313	82	0.5572	1.1953			
							0.5772	1.2876

## PRECIPITACIÓN





Por medio de las Ecuaciones (3.49) ó (3.53) y (3.50), (3.51) y (3.52) dados  $P(x \leq x_i)$ , es posible determinar  $y_i$  y  $x_i$ ; o dado  $x_i$  o  $y_i$  es posible determinar  $P(x \leq x_i)$ .

Para el ajuste de una serie de datos observados —función de frecuencia acumulada— a la ley de Gumbel, se tienen los siguientes métodos:

#### a. Método de momentos

Este método utiliza las características de la muestra para ajustar la función de frecuencia acumulada a la ley probabilística de Gumbel.

Los pasos del método gráfico, sin corrección debido al número de datos  $n$  de la muestra, son los siguientes:

- 1) Ejecutar los pasos 1) hasta 4) del numeral 3.5.2.1, parágrafo a, método de momentos.
- 2) Graficar en papel Gumbel los valores  $(F(x \leq x_i), x_i)$ .
- 3) Determinar los puntos:

$$\bar{x}(\text{moda}) = \epsilon_k \text{ con } P(x \leq \bar{x}) = 0.368$$

$$\bar{\bar{x}}(\text{mediana}) = \epsilon_k + \frac{0.36651}{\alpha_k} \text{ con } P(x \leq \bar{\bar{x}}) = 0.500$$

$$\bar{\bar{X}}(\text{media}) = \epsilon_k + \frac{0.57722}{\alpha_k} \text{ con } P(x \leq \bar{\bar{X}}) = 0.570$$

$$\text{En donde } \alpha_k = \frac{1.28255}{S} \text{ y } \epsilon_k = \bar{\bar{X}} - 0.57722/\alpha_k$$

- 4) Trazar una línea recta a través de estos puntos. Dicha línea representa el ajuste de una serie de datos observados, o función de frecuencia acumulada, a la ley probabilística de Gumbel.

Analíticamente, para cualquier valor de  $y$ , se puede calcular su correspondiente valor  $P(x \leq x_i)$  en una distribución Gumbel con media  $\bar{\bar{X}}$ , desviación estándar  $S$  y número de años de datos  $n$ , según Ecuación (3.49). Adicionalmente,  $x_i = y/a + x_i$ . Determinase de esta manera el valor de  $x_i$ , correspondiente a la probabilidad  $P(x \leq x_i)$  para la distribución Gumbel.

#### b. Método de mínimos cuadrados

Este método utiliza cada uno de los datos actuales de la muestra para efectuar el ajuste a una distribución teórica.

Los pasos del método son los siguientes:

- 1) Ejecutar los pasos 2) y 3) del numeral 3.5.2.1, parágrafo a, método de momentos.
- 2) Determinar, para cada evento, el valor de la variable reducida  $y_i$ , correspondiente a cada valor  $F(x \leq x_i)$ , suponiéndolo como una buena estimación teórica de  $P(x \leq x_i)$ . Para este paso se utiliza la Ecuación (3.53).
- 3) Graficar en papel Gumbel los valores  $(x_i, y_i)$ .
- 4) Efectuar un análisis de mínimos cuadrados entre las variables  $x_i$  y  $y_i$ , hallando los valores de las constantes  $a$  y  $b$  en la recta de regresión  $x_i = a + b y_i$ .
- 5) Graficar dicha recta, la cual representa el ajuste de la serie de datos observados  $x_i$  a la ley probabilística de Gumbel.
- 6) Por medio de las ecuaciones (3.49) ó (3.53) y (3.50), (3.51) y (3.52) de este parágrafo, y por medio de la recta de regresión definida en el numeral inmediatamente anterior, dado  $P(x \leq x_i)$ , es posible determinar  $y_i$ , y por consiguiente  $x_i$ . Viceversa, dado  $x_i$ , es posible determinar  $y_i$  y por consiguiente  $P(x \leq x_i)$ .

#### c. Método de Chow

Ver Anexo del Capítulo 3.

#### 3.5.2.4 Log-Gumbel

Si la variable  $x$  de la Ecuación (3.49) se reemplaza por una función  $w = f(x)$ , tal que  $w = \log x$ , la ley de probabilidad de Gumbel se transforma en la comúnmente denominada log-Gumbel. En la Figura 3.18 se presenta su correspondiente papel.

Los valores originales de la variable aleatoria  $x_i$  deben ser transformados a:  $w_i = \log x_i$ .

De tal manera que:

$$\bar{w} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{n} = \sum_{i=1}^n (\log x_i)/n \quad (3.54)$$

es la media de los datos de la muestra transformada.

$$S_w = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(w_i - \bar{w})^2}{n-1}} \quad (3.55)$$

es la desviación estándar de los datos de la muestra transformada. Adicionalmente,

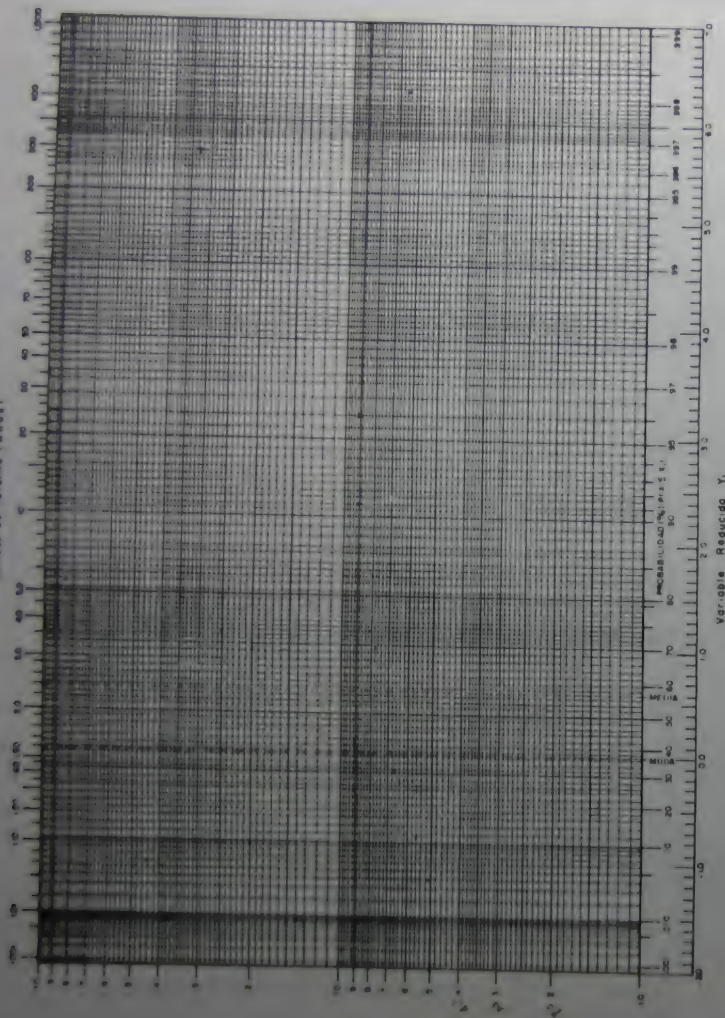


Figura 3.18 Papel de Gumbel - logaritmico

$$\alpha = \frac{S_n}{S_w} \quad (3.56)$$

$$X_f = \bar{W} - S_w \frac{Y_n}{S_n} \quad (3.57)$$

Por otro lado:

$$Y_i = \alpha (w_i - x_f) \quad (3.58)$$

$y_i$  es la variable reducida.

$Y_n$  y  $S_n$  tienen el mismo significado y valor que para una distribución Gumbel.

Finalmente,

$$P(w \leq w_i) = e^{-e^{-\alpha w_i}} \quad (3.59)$$

En donde  $e$  es la base de los logaritmos neperianos.

Para el ajuste de una serie de datos observados —función de frecuencia acumulada— a una ley log-Gumbel, se pueden seguir para el Método de momentos y para el Método de mínimos cuadrados los mismos pasos que para una distribución Gumbel, teniendo en cuenta que los valores originales de la variable aleatoria  $x_i$  deben ser transformados a  $w_i = \log x_i$ .

### 3.5.2.5 Distribución log-Pearson tipo III

Esta distribución es comúnmente utilizada para lluvias o caudales máximos anuales. En el Anexo de este capítulo, y por el Método de Chow, se presenta el ajuste de una muestra de datos históricos a dicha distribución.

### 3.5.2.6 Distribución Pearson tipo III

Al igual que la distribución anterior, ésta es comúnmente utilizada para lluvias o caudales máximos anuales. En el final de este capítulo, en el Anexo y por el Método de Chow, se presenta el ajuste de una muestra de datos históricos a dicha distribución de probabilidades.



### 3.5.3 Frecuencia de lluvias

#### 3.5.3.1 Frecuencia de lluvias totales anuales

Una serie de datos de precipitación total anual puede comúnmente ser ajustada a una ley normal o a una log-normal; esta última es la de mayor uso.

#### 3.5.3.2 Frecuencia de lluvias máximas anuales

Una serie de datos de precipitación máxima anual puede ser ajustada a las distribuciones Gumbel, log-Gumbel, Pearson y log-Pearson.

#### 3.5.4 Frecuencia de ocurrencia y riesgo

En obras hidráulicas se exige la determinación de la magnitud de ciertas características hidrológicas que pudieran ocurrir con cierta frecuencia, tanto para valores máximos y mínimos, como para valores totales en un período determinado.

En proyectos de obras hidráulicas es necesario conocer el riesgo de que una estructura llegue a fallar durante su vida útil.

Para esto se deben analizar estadísticamente las observaciones realizadas en los puestos de medida, verificando con qué frecuencia cada una de ellas tomarían determinado valor. Posteriormente se pueden evaluar las probabilidades teóricas.

Los datos observados pueden ser clasificados en orden descendente y a cada uno se le puede atribuir un número de orden. La frecuencia con que sea igualado o superado un evento de orden  $i$  es:

$$F(x \geq x_i) = i/n \quad \text{Método de California} \quad (3.60)$$

$$F(x \geq x_i) = 1/(n+1) \quad \text{Método de Kimbal} \quad (3.61)$$

siendo  $n$  el número total de datos de la muestra.

El ordenamiento de los datos y la clasificación de éstos se presenta en el Cuadro 3.7 aplicados a un ejemplo específico.

Cuadro 3.7. Clasificación de datos de una muestra y frecuencia de ocurrencia. Ejemplo.

Datos históricos			Datos ordenados		
Año	Precipitación anual (mm)	Orden $i$	Precipitación anual (mm)	$F(x \geq x_i)$ M. California	$F(x \geq x_i)$ M. Kimbal
1961	1020	1	1400	0.067	0.0625
1962	1200	2	1200	0.133	0.125
1963	940	3	1150	"	"
"	910	"	"	"	"
"	1050	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	1400	"	940	"	"
"	"	"	910	"	"
1975	820	15	820	1.000	0.9375

Considerando a  $F(x \geq x_i)$  como una muy buena aproximación de la probabilidad teórica  $P(x \geq x_i)$ , y definiendo el tiempo de recurrencia o período de retorno  $T$  como el período de tiempo promedio (en años) en que un determinado evento es igualado o superado por lo menos una vez,

$$T = 1/F(x \geq x_i) \quad \text{ó} \quad T = 1/P(x \geq x_i) \quad (3.62)$$

Para períodos de retorno menores que el número de años de observaciones, el valor encontrado para  $F(x \geq x_i)$  puede dar una buena idea del valor real de  $P(x \geq x_i)$ ; pero para períodos de retorno mayores, la repartición de frecuencia debe ser ajustada a una ley probabilística teórica, de tal manera que se puede hacer un cálculo más correcto de las probabilidades.

$$T = 1/[1 - F(x \leq x_i)] \quad (3.63)$$

$$\text{dado que } F(x \geq x_i) = 1 - F(x \leq x_i)$$

### 3.6 VARIACIÓN DE LA PRECIPITACIÓN

#### 3.6.1 Variación geográfica

- Máxima en el ecuador y decreciente con el aumento de la latitud.
- Es influenciada por efectos locales.
- Es influenciada por factores orográficos

#### 3.6.2 Variación temporal

- A lo largo del año, dependiendo de condiciones climatológicas, la precipitación presenta variaciones.

### 3.7 PRECIPITACIÓN MEDIA SOBRE UNA HOYA

Es importante, por ejemplo, para la determinación del balance hídrico o cuantificación de la lluvia en una hoya hidrográfica para un intervalo de tiempo específico.

#### 3.7.1 Método aritmético

Este método provee una buena estimación si los aparatos pluviométricos están distribuidos uniformemente en la hoya, el área de la hoya es bastante plana y la variación de las medidas pluviométricas entre los aparatos es pequeña.

$$\bar{P} = \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.64)$$

- $n$ : número de aparatos pluviométricos  
 $P_i$ : precipitación registrada en el aparato pluviométrico  $i$

#### 3.7.2 Método de polígonos de Thiessen

Este método se puede utilizar para una distribución no uniforme de aparatos. Provee resultados más correctos con un área de la hoya aproximadamente plana. El método consiste en atribuir un factor de peso a los totales de precipitación en cada aparato, proporcionales al área de influencia de cada uno. Sin embargo, no considera influencias orográficas. Las áreas de influencia se determinan en mapas de la hoya que contengan la localización de las estaciones, uniendo dichos puntos de localización por medio de líneas rectas, y en seguida trazando las mediatrices de estas

rectas, formando polígonos. Los lados de los polígonos son el límite de las áreas de influencia de cada estación.

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i \times P_i)}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (3.65)$$

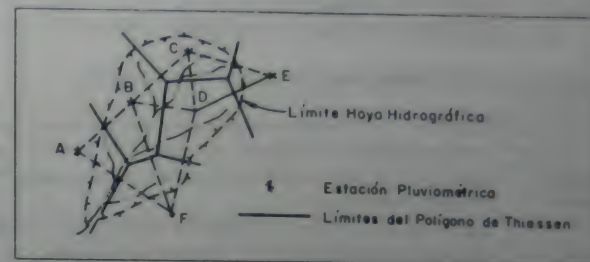


Figura 3.19. Método de polígonos de Thiessen.

- $n$ : número de aparatos pluviométricos  
 $P_i$ : precipitación registrada en el aparato pluviométrico  $i$   
 $A_i$ : área de influencia correspondiente al aparato pluviométrico  $i$ , resultante del método de polígonos de Thiessen.

#### 3.7.3 Método de isoyetas

Es el método más preciso. Se utilizan curvas de igual precipitación. El trazado de esas curvas es semejante al de las curvas de nivel, en donde la altura de agua precipitada substituye la cota del terreno. Se debe considerar los efectos orográficos de la hoya, de modo que el mapa final represente un modelo de precipitación más real que si hubiera sido obtenido sin tener en cuenta dichos efectos.

- $n$ : número de curvas de igual precipitación  
 $P_i$ : precipitación correspondiente a la curva de igual precipitación  $i$   
 $P_{i+1}$ : precipitación correspondiente a la curva de igual precipitación  $i+1$   
 $A_{i+1}$ : área entre las curvas de igual precipitación  $i$  e  $i+1$



$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{P_i + P_{i+1}}{2} \right) A_{i+1}}{\sum_{i=1}^{n-1} A_{i+1}} \quad (3.66)$$

### 3.8 ANÁLISIS DE LLUVIAS INTENSAS

Se exige conocer las relaciones entre cuatro características fundamentales de las lluvias intensas: intensidad, duración, frecuencia y distribución.

#### 3.8.1 Variación de la intensidad con la duración

Los datos de precipitación intensa de registros pluviográficos provienen de pluviogramas: distribución de la precipitación acumulada a lo largo del tiempo.

De esas gráficas se puede establecer, para diversas duraciones, las máximas intensidades ocurridas durante una lluvia dada. Las duraciones usuales son: 5, 10, 15, 30, 45 minutos y 1, 2, 3, 6, 12, 24 horas. Los límites de duración son fijados usualmente en 5 minutos y 24 horas, porque 5 minutos representa el menor intervalo que se puede leer en los registros pluviográficos con precisión adecuada, y 24 horas porque para duraciones mayores se puede utilizar los datos observados en pluviómetros.

El número de intervalos de duración citado da puntos suficientes para definir curvas intensidad-duración de precipitación, referentes a diferentes frecuencias de ocurrencia.

#### 3.8.2 Variación de la intensidad con la frecuencia

##### 3.8.2.1 Series anuales y series parciales

Si el análisis busca eventos con probabilidades mayores de 0.2 ( $T \geq 5$  años), se recomienda utilizar una serie de datos compuesta de valores máximos anuales, o sea tomando el mayor evento de cada año. Para analizar eventos que ocurren más frecuentemente son mejores las series parciales. Cuando un problema requiere del análisis de eventos con un período de retorno menor de 5 años, la serie parcial de valores es preferible a la serie anual. Las series parciales se construyen tomando todos los valores de la variable hidrológica considerada por encima de algún valor base seleccio-

nado. El valor base se escoge de tal manera que no se incluyan más de dos o tres eventos en cada año. Las series parciales pueden indicar la probabilidad de eventos que son igualados o excedidos 2 ó 3 veces por año.

En las series anuales el período de retorno es el intervalo promedio con que un evento hidrológico (precipitación, caudal, etc.) de un tamaño dado sea repetido en cuantía máxima anual. En las series parciales, el período de retorno es el intervalo promedio entre eventos hidrológicos (precipitación, caudal, etc.) de un tamaño dado sin importar su relación en el año.

En el cuadro siguiente se comparan los períodos de retorno de series anuales y parciales obtenidos teóricamente.

Cuadro 3.8. Comparación de series anuales y parciales

PERÍODO DE RETORNO (Años)	
Serie parcial	Serie anual
0.50	1.16
1.00	1.58
1.45	2.00
2.00	2.54
5.00	5.52
10.00	10.50
50.00	50.50
100.00	100.50

Este cuadro indica que para un mismo valor determinado de la variable hidrológica se obtiene, por ejemplo, un período de retorno igual a 2 años cuando se utiliza una serie parcial y a 2.54 años cuando se utiliza una serie anual.

##### 3.8.2.2 Relación intensidad-frecuencia

Las series de intensidades máximas pluviográficas observadas pueden ser constituidas por los valores más altos observados en cada año (series anuales) o por los  $n$  valores mayores observados en el período total de observación (series parciales), siendo  $n$  el número de años en el período considerado.

En general, las distribuciones extremas de grandezas hidrológicas, tales como lluvias, por ejemplo, se ajustan satisfactoriamente a la distribución Gumbel.

Se explica a continuación el procedimiento para calcular estadísticamente el período de retorno de una lluvia de duración  $t$  e intensidad  $i$ . Supongamos un registro pluviográfico continuo de  $n$  años, con el cual se quiere calcular estadísticamente cuál es el período de retorno de una lluvia de duración  $t$  e intensidad  $i$ .

El procedimiento que se ha de seguir es el siguiente:

- En cada año de registro se escogen los mayores valores de  $P$  (siendo  $P$  la altura de lluvia que cayó en un intervalo de tiempo  $t$ , igual a la duración de la lluvia escogida), y se ordenan de mayor a menor. Si se trabaja con series parciales, se escogen los valores por encima de un valor base determinado. En caso de trabajarse con series anuales, se escogerán solamente los valores máximos de cada año.
- Con los valores así obtenidos, se calculan las intensidades mediante la fórmula

$$i = P / t, \text{ en mm/hr}$$

- Las intensidades se ordenan en una serie básica que contiene los  $n$  valores (siendo  $n$  el número de años de registro completo considerados).
- La serie se ajusta a una ley de distribución de probabilidades (Gumbel, por ejemplo).
- Por interpolación o extrapolación en la ley de distribución de probabilidades, se determina la probabilidad de que el evento  $i$  sea igualado o excedido.
- El período de retorno es igual al inverso del valor de la probabilidad de que el evento  $i$  sea igualado o excedido.

### 3.8.3 Relación intensidad-duración-frecuencia

Se procura analizar las relaciones intensidad-duración-frecuencia de las lluvias observadas, determinándose para los diferentes intervalos de duración de la lluvia el tipo de ecuación y el número de parámetros de esa ecuación que mejor caracterizan aquellas relaciones.

En general es usual en hidrología emplear ecuaciones del tipo:

$$i = \frac{C}{(t + t_0)^n} \quad (3.67)$$

$i$ : intensidad de precipitación máxima, en mm/hora

$t$ : duración de la lluvia, en minutos

$t_0$ : constante, en minutos

$C$  y  $n$  son constantes

$C$ ,  $t_0$  y  $n$  son parámetros por determinar

En general,  $C$  se relaciona con el período de retorno  $T$ , en años, por medio de una ecuación del tipo

$$C = K T^m \Rightarrow i = \frac{K T^m}{(t + t_0)^n} \quad (3.68)$$

siendo  $K$  y  $m$  constantes.

- 1) Para la determinación de los parámetros de la Ecuación 3.68, se colocan en coordenadas logarítmicas las series de intensidades máximas en función del intervalo de duración  $t$ , uniéndose por una familia de curvas los valores con el mismo período de retorno  $T$ . Este trabajo se presenta en la Figura 3.20.

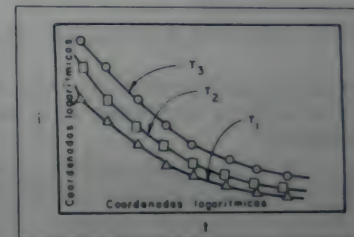


Figura 3.20. Determinación de parámetros. Curvas de intensidad, duración y frecuencia

- 2) Posteriormente, sobre el eje de las abscisas, al valor de  $t$  se le añade un valor  $t_0$  (en minutos), de tal manera que las curvas del paso anterior se conviertan en líneas rectas. Dicho procedimiento es elaborado por medio del método de ensayo y error. El valor  $t_0$  escogido debe ser el que permita que los puntos se dispongan mejor a lo largo de una línea recta. Dicho procedimiento se ejecuta para cada período de retorno considerado. En la Figura 3.21 se presenta su elaboración.

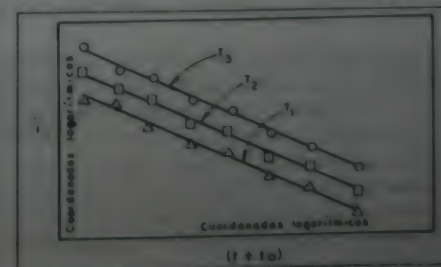


Figura 3.21. Determinación del parámetro  $t_0$ . Curvas de intensidad, duración y frecuencia



El valor general de dicho parámetro es:

$$t_0 = \sum_{i=1}^k (t_0/k) \quad (3.69)$$

donde  $k$  es el número de períodos de retorno considerados.

3)

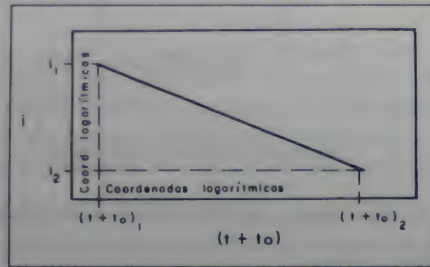


Figura 3.22. Determinación de parámetros  $C$  y  $n$ . Curvas de intensidad, duración y frecuencia.

De la Ecuación 3.67 para una duración  $t$  específica,

$$\log i = \log C - n \log (t + t_0) \quad (3.70)$$

Por medio de un análisis de mínimos cuadrados, para cada período de retorno  $T$  considerado, se obtiene el valor de  $n$ , (valor de la pendiente de la línea) y  $\log C_i$  (valor de las ordenadas cuando  $t + t_0 = 1$ ).

El valor general de dicho parámetro es:

$$n = \sum_{i=1}^k (n_i/k) \quad (3.71)$$

donde  $k$  es el número de períodos de retorno considerados.

Asimismo,

$$\log C = \sum_{i=1}^k (\log C_i/k) \quad (3.72)$$

$$y \quad C = \text{Antilog } C \quad (3.73)$$

4) Ahora bien

$$\log C = \log i + n \log (t + t_0) \quad \text{o} \quad C = i (t + t_0)^n \quad (3.74)$$

Se grafica, entonces, el valor de  $C$  para cada período de retorno analizado, contra el valor  $T$  de dicho período.

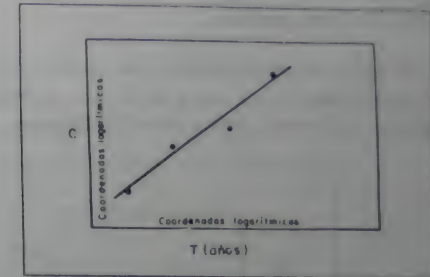


Figura 3.23. Determinación de parámetros  $K$  y  $m$ . Curvas de intensidad, duración y frecuencia.

$$C = K T^m \quad (3.75)$$

$$\log C = \log K + m \log T \quad (3.76)$$

Por análisis de mínimos cuadrados se determinan los valores  $\log K$  y  $m$ , y es posible deducir entonces  $K$ .

5) Se determinan luego los parámetros  $t_0$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $K$  y  $m$ , por lo cual se puede escribir la ecuación:

$$i = \frac{K T^m}{(t + t_0)^n} \quad (3.77)$$

Esta ecuación representa la relación intensidad-duración-frecuencia para un pluviógrafo determinado. Esta relación es válida solamente para el pluviógrafo en que fueron obtenidos los datos.

Finalmente, dicha relación se suele presentar en la forma de la figura siguiente:

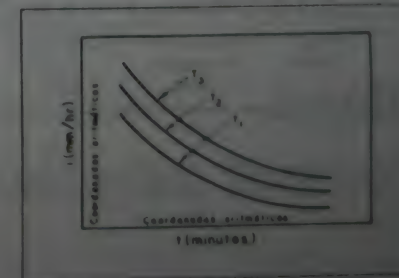


Figura 3.24. Curvas de intensidad, duración y frecuencia.

### 3.8.4 Estudio de Intensidades

#### 3.8.4.1 Hietogramas

Los registros pluviográficos dan como resultado una curva de masas de precipitación, o una curva de lluvias acumuladas, o la cantidad de agua que ha caído desde que se inició el aguacero.

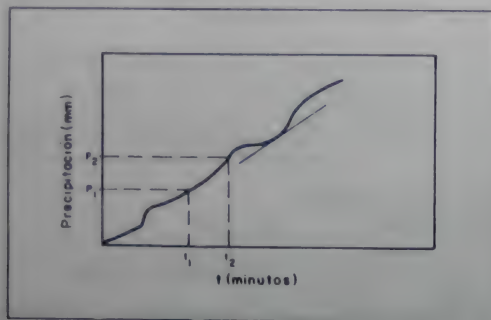


Figura 3.25. Curva de masas de precipitación.

$$i = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta P}{\Delta t}; \text{ si } \Delta t \text{ tiende a } 0 \Rightarrow i = \frac{dP}{dt} \quad (3.78)$$

o, en el límite, es la pendiente de la curva de masas del aguacero. La curva de masas da las intensidades, las cuales son las ordenadas de una curva denominada hietograma, mientras en las abscisas se representa el tiempo.

Cuadro 3.9. Hietogramas de precipitación.

Tiempo (hora)	Precipitación acumulada (mm)	Precipitación parcial (mm)	Tiempo parcial (hora)	Intensidad (mm/hora)
$t_1$	$P_1$			
$t_2$	$P_2$	$P_2 - P_1$	$t_2 - t_1$	$i_1$
$t_3$	$P_3$	$P_3 - P_2$	$t_3 - t_2$	$i_2$
$t_4$	$P_4$	$P_4 - P_3$	$t_4 - t_3$	$i_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$t_n$	$P_n$	$P_n - P_{n-1}$	$t_n - t_{n-1}$	$i_n$

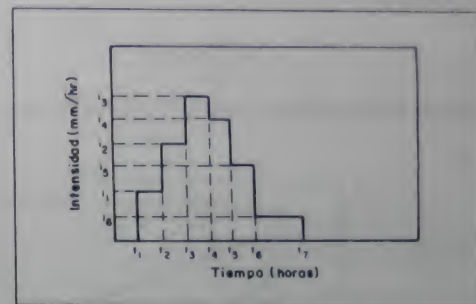


Figura 3.26. Hietograma de precipitación.

#### 3.8.4.2. Estudio de intensidades de lluvia en una cuenca

##### a) Primer caso

Se supone que se tienen en la hoya hidrográfica varios pluviómetros y un pluviógrafo.

En este caso el pluviógrafo proporciona el valor de la intensidad  $I_1$  en un período de tiempo dado. Se considera, además, que en el punto donde está el pluviógrafo se ha medido una precipitación  $P_E$  por el mismo período de tiempo dado.

Entonces, se supone que las intensidades en los sitios donde hay pluviómetros,  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  serán iguales a:

$$I_1 = \frac{I_E}{P_E} P_1; I_2 = \frac{I_E}{P_E} P_2; \dots; I_n = \frac{I_E}{P_E} P_n \quad (3.79)$$

dadas las precipitaciones  $P_1, P_2, \dots, P_n$  en el mismo intervalo de tiempo considerado.

Si se supone que dichos pluviómetros tienen asociadas áreas de influencia  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , calculadas por medio de los polígonos de Thiessen, por ejemplo, la intensidad media sobre la cuenca se puede expresar como:

$$\bar{I} = \frac{1}{A} (I_E A_E + \frac{I_E}{P_E} P_1 A_1 + \frac{I_E}{P_E} P_2 A_2 + \dots + \frac{I_E}{P_E} P_n A_n) \quad (3.80)$$

$$\text{Siendo } A = \sum_{i=1}^n A_i + A_E$$

$$\bar{I} = \frac{I_E}{P_E} \frac{1}{A} (P_E A_E + P_1 A_1 + \dots + P_n A_n) \quad (3.81)$$

Pero:  $P_E A_E + P_1 A_1 + \dots + P_n A_n$  es la precipitación media sobre la cuenca



$$\bar{I} = \frac{I_i}{p_i} \bar{p} \quad (3.82)$$

### b) Segundo caso

Se supone que se tienen en una hoya hidrográfica varios pluviogramas por una duración determinada, resultantes de sus respectivos pluviógrafos.

Este problema puede ser resuelto por el método siguiente, denominado de superposición. El método consiste en promediar ordenadas de los hietogramas resultantes de cada pluviógrafo para la duración determinada. En el cuadro presentado a continuación se muestra un ejemplo de este método para tres pluviógrafos que cubren equitativamente una hoya hidrográfica.

**Cuadro 3.10.** Intensidades de lluvia en una hoya hidrográfica.  
Ejemplo del método de superposición.

Tiempo (horas)	$I_1$ (mm/hr)	$I_2$ (mm/hr)	$I_3$ (mm/hr)	$I$ (mm/hr)
$t_0 - t_1$	10	0	1	3.7
$t_1 - t_2$	15	0	5	6.7
$t_2 - t_3$	20	2	8	10.0
.				
.				
$t_{n-1} - t_n$				

## ANEXO CAPITULO 3

### Análisis de frecuencias hidrológicas

## I. INTRODUCCIÓN

El análisis de frecuencias es un procedimiento para estimar la frecuencia de ocurrencia o probabilidad de ocurrencia de eventos pasados o futuros. De este modo la representación gráfica de la probabilidad, con o sin suposiciones de distribuciones de probabilidad, es un método de análisis de frecuencias.

El análisis de frecuencias de datos hidrológicos requiere que los datos sean homogéneos e independientes. La restricción de homogeneidad asegura que todas las observaciones provengan de la misma población (por ejemplo, que la estación hidrométrica en un río no haya sido movida, que la hoya hidrográfica no se haya urbanizado, o que no se hayan colocado estructuras hidráulicas sobre la corriente principal o sus más importantes tributarios). La restricción de independencia asegura que un evento hidrológico, tal como una gran tormenta aislada, no entre al conjunto de datos más de una vez. Por ejemplo, un sistema de tormentas aislado puede producir dos o más grandes picos de escorrentía y sólo uno de ellos (el más grande) deberá entrar al conjunto de datos. Adicionalmente, para la predicción de la frecuencia de eventos futuros, la restricción de homogeneidad requiere que los datos a mano sean representativos de caudales futuros (por ejemplo, que no habrá nuevas estructuras hidráulicas, desviaciones, cambios en el uso de la tierra, etc., en el caso de datos de caudal).

Los análisis de frecuencias hidrológicas pueden ser llevados a cabo haciendo o sin hacer suposición alguna de distribuciones de probabilidad. El procedimiento que debe ser seguido en cualquier caso es casi el mismo. Si no se hacen suposiciones de distribuciones probabilísticas, el investigador tan sólo grafica los datos observados sobre cualquier clase de papel (no necesariamente papel probabilístico) y usa su mejor criterio



para determinar la magnitud de eventos pasados o futuros para varios períodos de retorno. Si se hacen suposiciones de distribuciones probabilísticas, la magnitud de los eventos para varios períodos de retorno se selecciona de la línea de "mejor ajuste", de acuerdo con la distribución supuesta. Si se utiliza una técnica analítica, se recomienda que los datos sean también graficados, de tal manera que se pueda obtener una idea de qué tan bien los datos ajustan la forma analítica supuesta, y para caer en cuenta de problemas potenciales.

Chow (1951) ha demostrado que muchos análisis de frecuencias pueden ser reducidos a la forma:

$$X_T = \bar{X} (1 + C_v K_T) \quad (3A.1)$$

donde  $X_T$  es la magnitud del evento que tiene un período de retorno  $T$  y  $K_T$  es un factor de frecuencia. Esta relación puede transformarse escribiendo cualquier valor de  $X$  como

$$X = \bar{X} + \Delta X \quad (3A.2)$$

y estableciendo que  $\Delta X$ , la desviación alrededor de la media, es un producto de la desviación estándar  $S$  y un factor de frecuencia  $K$

$$X = \bar{X} + SK \quad (3A.3)$$

Recordando que  $C_v = S/\bar{X}$ , la Ecuación (3A.3) toma la forma de la Ecuación (3A.1). Chow (1951, 1964) presenta los factores de frecuencia para diferentes tipos de distribución de frecuencias. Algunas distribuciones de frecuencia se presentan en este anexo.

La ecuación (3A.1) puede también ser usada para construir la escala de probabilidad sobre papel de dibujo, de tal manera que la distribución correspondiente a  $K_T$  grafique como una línea recta.

## II. DISTRIBUCIÓN NORMAL

Para la distribución normal se puede fácilmente demostrar que  $K_T$  es la variable reducida  $z$ . El cuadro de la variable reducida  $z$ , relacionado con las áreas acumuladas de la curva que representa la distribución normal estándar, puede ser utilizado junto con la Ecuación (3A.1) para determinar la magnitud de eventos distribuidos normalmente, correspondientes a varias probabilidades.

## III. DISTRIBUCIÓN LOGARÍTMICO-NORMAL (log-normal)

Los factores de frecuencia  $K_T$  para la distribución log-normal están dados en el Cuadro 3A.1 en función del coeficiente de asimetría u oblicuidad  $C_s$  de los datos originales y del período de retorno (o probabilidad de excedencia).

El método se aplica de la siguiente manera:

1. Calcule la media  $\bar{X}$  de los  $n$  valores de la serie.
2. Calcule la desviación estándar  $S$  de los  $n$  valores de la serie.
3. Calcule el coeficiente de oblicuidad o asimetría  $C_s$  de los  $n$  valores de la serie.

$$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^3}{(n-1)(n-2) S^3} \quad (3A.4)$$

4. Calcule

$$X_T = \bar{X} + SK_T \quad (3A.5)$$

en donde  $K_T$  se obtiene del Cuadro 3A.1.

## IV. DISTRIBUCIÓN PEARSON TIPO III

El método se aplica de la siguiente manera:

1. Calcule la media  $\bar{X}$  de los  $n$  valores máximos anuales hidrológicos  $x_i$ .
2. Calcule la desviación estándar  $S$  de los  $n$  valores máximos anuales hidrológicos  $x_i$ .
3. Calcule el coeficiente de oblicuidad  $C_s$  de los  $n$  valores máximos anuales hidrológicos  $x_i$ .

$$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^3}{(n-1)(n-2) S^3}$$

4. Calcule

$$X_T = \bar{X} + SK_T$$

en donde  $K_T$  se obtiene del Cuadro 3A.2, con  $C_s$  y el período de retorno (o la probabilidad de excedencia) conocidos.

Cuadro 3A.1. Factores de frecuencia  $K_T$  para la distribución log-normal.

Constante de oblicuidad $C_s$	PERÍODO DE RETORNO (años) $T$					
	1.0101	1.0428	1.25	0.50	0.20	0.01
	Probabilidad de excedencia $P(x \geq x_T)$					
0	-2.33	-1.65	-0.84	0	0.84	1.64
0.1	-2.25	-1.62	-0.85	-0.02	0.84	1.67
0.2	-2.18	-1.59	-0.85	-0.04	0.85	1.70
0.3	-2.11	-1.56	-0.85	-0.06	0.82	1.72
0.4	-2.04	-1.53	-0.85	-0.07	0.81	1.75
0.5	-1.98	-1.49	-0.86	-0.09	0.80	1.77
0.6	-1.91	-1.46	-0.86	-0.10	0.79	1.79
0.7	-1.85	-1.43	-0.85	-0.11	0.78	1.81
0.8	-1.79	-1.40	-0.84	-0.13	0.77	1.82
0.9	-1.74	-1.37	-0.84	-0.14	0.76	1.84
1.0	-1.68	-1.34	-0.84	-0.15	0.75	1.85
1.1	-1.63	-1.31	-0.83	-0.16	0.73	1.86
1.2	-1.58	-1.29	-0.82	-0.17	0.72	1.87
1.3	-1.54	-1.26	-0.82	-0.18	0.71	1.88
1.4	-1.49	-1.23	-0.81	-0.19	0.69	1.88
1.5	-1.45	-1.21	-0.81	-0.20	0.67	1.89
1.6	-1.41	-1.18	-0.80	-0.21	0.67	1.89
1.7	-1.38	-1.16	-0.79	-0.22	0.65	1.89
1.8	-1.34	-1.14	-0.78	-0.23	0.64	1.89
1.9	-1.31	-1.12	-0.77	-0.24	0.63	1.89
2.0	-1.28	-1.10	-0.77	-0.24	0.61	1.89
2.1	-1.25	-1.08	-0.76	-0.24	0.60	1.89
2.2	-1.22	-1.06	-0.76	-0.25	0.59	1.89
2.3	-1.20	-1.04	-0.75	-0.25	0.58	1.88
2.4	-1.17	-1.02	-0.74	-0.26	0.57	1.88
2.5	-1.15	-1.00	-0.74	-0.26	0.56	1.88
2.6	-1.12	-0.99	-0.73	-0.27	0.55	1.87
2.7	-1.10	-0.97	-0.72	-0.27	0.54	1.87
2.8	-1.08	-0.96	-0.72	-0.27	0.53	1.86
2.9	-1.06	-0.95	-0.71	-0.28	0.52	1.86
3.0	-1.04	-0.93	-0.71	-0.28	0.51	1.85
3.1	-1.01	-0.90	-0.69	-0.28	0.49	1.84
3.2	-0.98	-0.88	-0.68	-0.29	0.47	1.83
3.3	-0.95	-0.86	-0.67	-0.29	0.46	1.83
3.4	-0.93	-0.84	-0.66	-0.29	0.44	1.80
3.5	-0.92	-0.82	-0.65	-0.29	0.42	1.78
3.6	-0.90	-0.82	-0.65	-0.30	0.39	1.75
3.7	-0.88	-0.78	-0.63	-0.30	0.37	1.71
3.8	-0.80	-0.74	-0.62	-0.30	0.37	1.71

## V. DISTRIBUCIÓN LOG-PEARSON TIPO III

Benson (1968) reportó un método de análisis de frecuencias basado en la distribución log-Pearson tipo III, que se obtiene cuando se usan los logaritmos de los datos observados junto con la distribución Pearson tipo III. Este método se puede aplicar de la siguiente manera:

1. Transforme las  $n$  magnitudes de los valores máximos anuales hidrológicos  $x_i$  a sus valores logarítmicos  $y_i$ .

$$y_i = \log x_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3A.6)$$

2. Calcule la media de los logaritmos,  $\bar{Y}$

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^n y_i / n \quad (3A.7)$$

3. Calcule la desviación estándar de los logaritmos,  $S_y$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}{(n-1)}} \quad (3A.8)$$

4. Calcule el coeficiente de oblicuidad de los logaritmos,  $C_s$ .

$$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^3}{(n-1)(n-2) S_y^3} \quad (3A.9)$$

5. Calcule

$$Y_T = \bar{Y} + S_y K_T \quad (3A.10)$$

en donde  $K_T$  se obtiene del Cuadro 3A.2, con  $C_s$  y el período de retorno (o la probabilidad de excedencia) conocidos.

6. Calcule

$$X_T = \text{Antilog } Y_T \quad (3A.11)$$



**Cuadro 3A.2.** (Hoja 1 de 2)  
Valores de  $K_T$  para coeficientes de oblicuidad positivos  
Distribución Pearson tipo III

Coeficiente oblicuidad	PERÍODO DE RETORNO (años)							
	1.0161	2	5	10	25	50	100	200
	Probabilidad de excedencia $P(x \geq x_T)$ ó $P(y \geq y_T)$							
Ca	0.99	0.50	0.20	0.10	0.04	0.02	0.01	0.005
0	-2.667	-0.386	0.420	1.180	2.278	3.152	4.051	4.970
1	-2.690	-0.390	0.440	1.195	2.277	3.134	4.013	4.904
2	-2.714	-0.384	0.460	1.210	2.275	3.114	3.973	4.847
3	-2.742	-0.376	0.479	1.224	2.272	3.093	3.932	4.783
4	-2.769	-0.368	0.499	1.238	2.267	3.071	3.889	4.718
5	-2.799	-0.360	0.518	1.250	2.262	3.048	3.845	4.652
6	-2.832	-0.351	0.537	1.262	2.256	3.023	3.800	4.584
7	-2.867	-0.341	0.555	1.274	2.248	2.997	3.753	4.515
8	-2.905	-0.330	0.574	1.284	2.240	2.970	3.705	4.444
9	-2.946	-0.319	0.592	1.294	2.230	2.942	3.656	4.372
10	-2.992	-0.307	0.609	1.302	2.219	2.912	3.605	4.298
11	-3.043	-0.294	0.627	1.310	2.207	2.881	3.553	4.223
12	-3.097	-0.282	0.643	1.318	2.193	2.848	3.499	4.147
13	-3.155	-0.268	0.660	1.324	2.179	2.815	3.444	4.069
14	-3.217	-0.254	0.675	1.329	2.163	2.780	3.388	3.990
15	-3.283	-0.240	0.690	1.333	2.146	2.743	3.330	3.910
16	-3.353	-0.225	0.705	1.337	2.128	2.703	3.271	3.828
17	-3.427	-0.210	0.719	1.339	2.108	2.666	3.211	3.745
18	-3.505	-0.195	0.732	1.340	2.087	2.626	3.149	3.661
19	-3.587	-0.180	0.745	1.341	2.066	2.585	3.087	3.575
20	-3.673	-0.164	0.758	1.340	2.043	2.542	3.022	3.489
21	-3.763	-0.148	0.769	1.339	2.018	2.498	2.957	3.401
22	-3.857	-0.132	0.780	1.336	1.993	2.453	2.891	3.312
23	-3.955	-0.116	0.790	1.333	1.967	2.407	2.824	3.223
24	-4.057	-0.099	0.800	1.328	1.939	2.359	2.755	3.132
25	-4.163	-0.083	0.808	1.323	1.910	2.311	2.686	3.041
26	-4.273	-0.066	0.816	1.317	1.880	2.261	2.615	2.949
27	-4.387	-0.050	0.824	1.309	1.849	2.211	2.544	2.856
28	-4.505	-0.033	0.830	1.301	1.818	2.159	2.472	2.763
29	-4.627	-0.017	0.836	1.292	1.785	2.107	2.400	2.670
30	-4.753	0	0.842	1.282	1.751	2.054	2.326	2.576

**Cuadro 3A.2.** (Hoja 2 de 2)  
Valores de  $K_T$  para coeficientes de oblicuidad negativos  
Distribución Pearson tipo III

Coeficiente oblicuidad	1.0161	PERÍODO DE RETORNO (años)					100	200
		2	5	10	25	50		
		Probabilidad de excedencia $P(x \geq x_T)$ ó $P(y \geq y_T)$						
Ca	0.99	0.50	0.20	0.10	0.04	0.02	0.01	0.005
0	-2.326	0	0.842	1.282	1.751	2.054	2.326	2.576
1	-2.402	0.017	0.846	1.270	1.716	2.000	2.252	2.482
2	-2.472	0.033	0.850	1.258	1.680	1.945	2.178	2.388
3	-2.544	0.050	0.853	1.245	1.643	1.890	2.104	2.294
4	-2.615	0.066	0.855	1.231	1.606	1.834	2.029	2.201
5	-2.686	0.083	0.856	1.216	1.567	1.777	1.955	2.108
6	-2.755	0.099	0.857	1.200	1.528	1.720	1.880	2.016
7	-2.824	0.116	0.857	1.183	1.488	1.663	1.806	1.926
8	-2.891	0.132	0.856	1.166	1.448	1.606	1.733	1.837
9	-2.957	0.148	0.854	1.147	1.407	1.549	1.660	1.749
10	-3.022	0.164	0.852	1.128	1.366	1.492	1.588	1.664
11	-3.087	0.180	0.848	1.107	1.324	1.435	1.518	1.581
12	-3.149	0.195	0.844	1.086	1.282	1.379	1.449	1.501
13	-3.211	0.210	0.838	1.064	1.240	1.324	1.383	1.424
14	-3.271	0.225	0.832	1.041	1.198	1.270	1.318	1.351
15	-3.330	0.240	0.825	1.018	1.157	1.217	1.256	1.282
16	-3.388	0.254	0.817	0.994	1.116	1.166	1.197	1.216
17	-3.444	0.268	0.808	0.970	1.075	1.116	1.140	1.155
18	-3.499	0.282	0.799	0.945	1.035	1.069	1.087	1.097
19	-3.553	0.294	0.788	0.920	0.996	1.023	1.037	1.044
20	-3.605	0.307	0.777	0.895	0.959	0.980	0.990	0.995
21	-3.656	0.319	0.765	0.869	0.923	0.946	0.965	0.969
22	-3.706	0.330	0.752	0.844	0.888	0.900	0.927	0.929
23	-3.753	0.341	0.739	0.819	0.855	0.864	0.892	0.893
24	-3.800	0.351	0.725	0.795	0.823	0.830	0.862	0.863
25	-3.845	0.360	0.711	0.771	0.793	0.798	0.832	0.833
26	-3.889	0.368	0.696	0.747	0.764	0.768	0.799	0.799
27	-3.932	0.376	0.681	0.724	0.738	0.740	0.769	0.769
28	-3.973	0.384	0.666	0.702	0.712	0.714	0.740	0.740
29	-4.013	0.390	0.651	0.681	0.683	0.689	0.714	0.714
30	-4.051	0.396	0.636	0.660	0.666	0.668	0.690	0.690

## VI. DISTRIBUCIÓN GUMBEL (distribución de valores extremos tipo I)

Chow (1951) presentó la siguiente relación del factor de frecuencia para la distribución de máximos valores extremos tipo I para una muestra de tamaño infinito.

$$K_T = -0.7797 \left[ 0.5772 + \ln \left[ \frac{\ln T_x(x)}{T_x(x) - 1} \right] \right] \quad (3A.12)$$

en donde  $T_x(x)$  es el período de retorno deseado de la cantidad que está siendo calculada. Kendall (1959) presentó los factores de frecuencia presentados en el Cuadro 3A.3 para la distribución de valores extremos tipo I.

Cuadro 3A.3. Factores de frecuencia  $K_T$  para la distribución de valores extremos tipo I GUMBEL

Tamaño de la Muestra	PERÍODO DE RETORNO (Años)									
	5	10	15	20	25	50	75	100	1000	
15	0.967	1.703	2.117	2.410	2.632	3.321	3.721	4.005	6.265	
20	0.919	1.625	2.023	2.302	2.517	3.179	3.563	3.836	6.006	
25	0.888	1.575	1.963	2.235	2.444	3.088	3.463	3.729	5.842	
30	0.866	1.541	1.922	2.188	2.393	3.026	3.393	3.653	5.727	
35	0.851	1.516	1.891	2.152	2.354	2.979	3.341	3.598		
40	0.838	1.495	1.866	2.126	2.326	2.943	3.301	3.554	5.576	
45	0.829	1.478	1.847	2.104	2.303	2.913	3.268	3.520		
50	0.820	1.466	1.831	2.086	2.283	2.889	3.241	3.491	5.478	
55	0.813	1.455	1.818	2.071	2.267	2.869	3.219	3.467		
60	0.807	1.446	1.806	2.059	2.253	2.852	3.200	3.446		
65	0.801	1.437	1.796	2.048	2.241	2.837	3.183	3.429		
70	0.797	1.430	1.788	2.038	2.230	2.824	3.169	3.413	5.359	
75	0.792	1.423	1.780	2.029	2.220	2.812	3.155	3.400		
80	0.788	1.417	1.773	2.020	2.212	2.802	3.145	3.387		
85	0.785	1.413	1.767	2.013	2.205	2.793	3.135	3.376		
90	0.782	1.409	1.762	2.007	2.198	2.785	3.125	3.367		
95	0.780	1.405	1.757	2.002	2.193	2.777	3.116	3.357		
100	0.779	1.401	1.752	1.998	2.187	2.770	3.109	3.349	5.261	
∞	0.719	1.305	1.635	1.866	2.044	2.592	2.911	3.137	4.936	



# **CAPITULO 4**

## ***Infiltración***

#### 4.1 GENERALIDADES

**I**nfiltración es el proceso por el cual el agua penetra desde la superficie del terreno en el suelo; se distingue del proceso de percolación porque este último es el movimiento hacia abajo de agua desde o a través de la zona no saturada hasta el nivel freático o zona saturada.

#### 4.2 DISTRIBUCIÓN DE LA PRECIPITACIÓN EN EL SUELO

La lluvia que cae se consume totalmente en intercepción, detención superficial o almacenamiento en depresiones, humedad del suelo, precipitación directa sobre la corriente de agua que sirve de drenaje al área considerada, agua subterránea, flujo subsuperficial y escorrentía superficial. Se analizará cada uno de dichos fenómenos.

##### a. Intercepción

Comprende el volumen de lluvia que no alcanza a llegar al suelo porque cae sobre las hojas de árboles y plantas, sobre edificios, etc., de donde se evapora posteriormente.

##### b. Detención superficial

Es el volumen de agua que se almacena en depresiones o charcos y luego se evapora.



### c. Humedad del suelo

Se refiere al volumen de agua que se infiltra y, antes de alcanzar el nivel freático, es removida del suelo por las raíces de las plantas o por evaporación. En el suelo deben distinguirse dos zonas:

- I) Zona saturada. En la cual el volumen ocupado por los poros o vacíos que existen entre los granos que componen el suelo está completamente lleno de agua.
- II) Zona no saturada. En la cual el volumen ocupado por los poros o vacíos que existen entre los granos que componen el suelo está ocupado por agua y aire. La capa de suelo comprendida entre la superficie del terreno y un estrato permeable, o entre aquélla y la superficie de un depósito de agua subterráneo no confinado, es una zona no saturada, en la cual la humedad se presenta en las siguientes formas:

- Humedad higroscópica: es la humedad que se adhiere firmemente a la superficie de las partículas del suelo formando una película delgada; en general, no es humedad disponible para plantas.
- Humedad capilar: una parte muy pequeña del agua que pertenece a la zona saturada sube por efecto de capilaridad a través de los poros del suelo no saturado; la humedad que se presenta en esta forma constituye la mayor fuente de suministro de agua para las plantas porque puede ser extraída fácilmente por las raíces.
- Humedad gravitacional: se refiere al agua que se mueve verticalmente desde la superficie del terreno hasta la zona saturada; permanece en el suelo un tiempo relativamente corto.

Existen índices para determinar el contenido de humedad del suelo:

- Coeficiente higroscópico: es la humedad máxima que una muestra, inicialmente seca, absorbe cuando se pone en contacto con una atmósfera al 50% de humedad relativa y a 25°C.
- Punto de marchitez: es el contenido de humedad por el cual se presenta marchitez permanente de las plantas; depende del tipo de plantas, de su edad y sistema de raíces, del clima, del volumen del suelo, etc.
- Capacidad de campo: es la cantidad de agua que un suelo saturado puede retener después de ser centrifugado con una fuerza de 1000 g; también es la cantidad máxima de agua que puede ser retenida por el suelo en contra de la acción de las fuerzas de la gravedad.

En la Figura 4.1 se presenta un esquema que representa los tipos de humedad y sus índices.

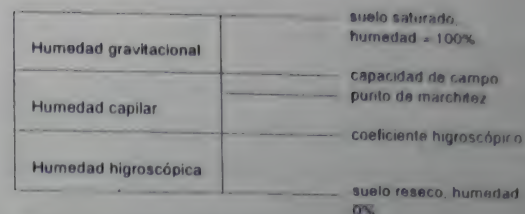


Figura 4.1. Esquema representativo de tipos de humedad e índices respectivos

Quando el contenido de humedad del suelo es menor que la capacidad de campo, la diferencia entre esos dos valores es la deficiencia de humedad del suelo o déficit de humedad, que representa el agua que el suelo tomará del total que se infiltre en cada lluvia, antes de que aparezcan las otras componentes.

### d. Precipitación directa sobre la corriente de agua que sirve de drenaje al área considerada

Constituye un porcentaje muy pequeño y en muchos casos se desprecia.

### e. Agua subterránea

Una vez que el volumen de agua lluvia que se infiltra ha suministrado la humedad que el suelo necesita para llegar a su capacidad de campo, el agua gravitacional comienza a drenar, y parte de ella logra llegar hasta la zona saturada.

El nivel freático es la línea que divide la zona saturada de la no saturada. La presión hidrostática en cualquier punto de esta línea es igual a cero. Por encima está la zona capilar con presiones negativas; por debajo se encuentra la zona saturada con presiones positivas.

### f. Flujo subsuperficial

Es parte del agua gravitacional que no alcanza a llegar hasta el nivel freático porque toma una dirección paralela a la de la superficie del suelo, para salir nuevamente al aire libre y convertirse en escorrentía superficial.

#### g. Escorrentía superficial

La escorrentía superficial directa es el volumen de agua lluvia que hace su recorrido sin infiltrarse, desde el sitio donde cae hasta la corriente de agua que alimenta.

La escorrentía superficial total es la suma de la escorrentía superficial directa y el flujo subsuperficial.

### 4.3 PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE LA INFILTRACIÓN

#### 4.3.1 Capacidad de infiltración o tasa de infiltración

Es la capacidad máxima con que un suelo, en una condición dada, puede absorber agua. Se denota como  $f$  y se expresa normalmente en mm/hr. Se define como exceso de precipitación la cantidad resultante de restar la intensidad de lluvia  $i$ , en mm/hr, a la capacidad de infiltración  $f$ , en mm/hr, en un tiempo dado  $\Delta t$ .

$$\text{Exceso de precipitación} = (i - f) \Delta t, \text{ en mm} \quad (4.1)$$

A la capacidad de infiltración sólo se llega durante una lluvia si el exceso de precipitación es mayor o igual a cero. En caso contrario, la capacidad de absorción de agua del suelo no es máxima, y por consiguiente no es igual a la capacidad de infiltración.

Ahora bien, si  $i < f \Rightarrow f_0 = i$

$$\text{si } i \geq f \Rightarrow f_0 = f$$

donde  $f_0$  es igual a la capacidad de absorción del terreno, en mm/hr.

#### 4.3.2 Velocidad de infiltración

Es la velocidad media con que el agua atraviesa el suelo, o el caudal dividido por el área de la sección neta de escurrimiento. La velocidad de infiltración por sí sola no es un buen parámetro de infiltración pues depende de la permeabilidad y del gradiente hidráulico. La capacidad de infiltración, sin embargo, depende de las condiciones de contorno. La capacidad de infiltración, tal como fue definida, es un parámetro más expresivo.

### 4.4 MÉTODOS DE MEDICIÓN DE LA CAPACIDAD DE INFILTRACIÓN

#### 4.4.1 Infiltrómetros

Consisten básicamente en dos cilindros concéntricos y un dispositivo para medir agua colocado en el cilindro interno. Esta técnica, sin embargo, está siendo substituida por la de colocar agua al mismo tiempo tanto en el cilindro interno como en el externo. El agua se aplica por medio de aspersión, para una mejor simulación de las condiciones reales de la lluvia. El agua colocada en el cilindro interno es la única que se mide. La razón de la existencia de agua en el cilindro externo es la de proveer la cantidad necesaria a la infiltración lateral debida a capilaridad, dejando la infiltración propiamente dicha para que sea medida sólo en relación con el área limitada por el cilindro interno.

Normalmente, las medidas de capacidad de infiltración a través de infiltrómetros son presentadas en cuadros y gráficos. En el Cuadro 4.1 se muestra la metodología para su cálculo a partir de datos de infiltración obtenidos por medidas directas.

Las columnas 5 y 6 son calculadas dividiendo, respectivamente, el volumen indicado en las columnas 3 y 4 por el área limitada por el cilindro interno y teniendo cuidado con las unidades. La columna 7 se obtiene dividiendo la columna 6 por la columna 2 y, como en el paso anterior, teniendo cuidado con las unidades. Finalmente, se grafica el tiempo promedio del intervalo (columna 8) en minutos, contra la capacidad de infiltración (columna 7) en mm/hr; resulta así normalmente una curva del tipo presentado en la Figura 4.2.

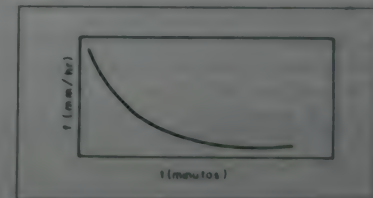


Figura 4.2. Curva típica de capacidad de infiltración contra tiempo.

Un esquema general de un infiltrómetro se presenta en la Figura 4.3.



Cuadro 4.1. Cálculo de la capacidad de infiltración por medidas directas

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Tiempo (min.)	Intervalo de tiempo (min.)	Volumen de agua añadido desde el comienzo (cm <sup>3</sup> )	Variación de volumen (cm <sup>3</sup> )	Altura de agua añadida desde el comienzo (mm)	Variación de altura de agua (mm)	Capacidad de infiltración (mm/hr)	Tiempo promedio en el intervalo desde el comienzo (minutos)
$t_0$		$V_0$		$h_0$			
$t_1$	$t_1 - t_0$	$V_1$	$V_1 - V_0$	$h_1$	$h_1 - h_0$	$f_1$	$(t_1 + t_0)/2$
$t_2$	$t_2 - t_1$	$V_2$	$V_2 - V_1$	$h_2$	$h_2 - h_1$	$f_2$	$(t_2 + t_1)/2$
$t_3$	$t_3 - t_2$	$V_3$	$V_3 - V_2$	$h_3$	$h_3 - h_2$	$f_3$	$(t_3 + t_2)/2$
$t_4$	$t_4 - t_3$	$V_4$	$V_4 - V_3$	$h_4$	$h_4 - h_3$	$f_4$	$(t_4 + t_3)/2$
$t_n$	$t_n - t_{n-1}$	$V_n$	$V_n - V_{n-1}$	$h_n$	$h_n - h_{n-1}$	$f_n$	$(t_n + t_{n-1})/2$
$L$		$V_n$		$h_n$			

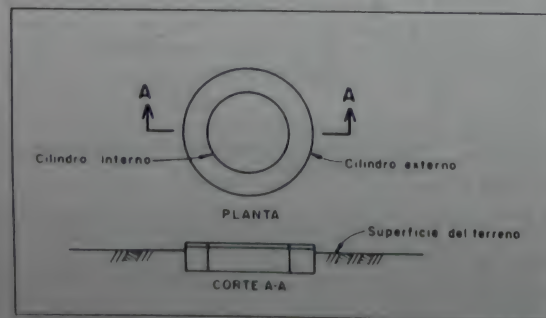


Figura 4.3. Esquema general de un infiltrómetro.

Estos infiltrómetros se hincan en el terreno. Sin embargo, no son representativos de un área extensa y sólo pueden utilizarse para estudios locales en los puntos de colocación de los aparatos.

Entre las desventajas de los infiltrómetros se puede mencionar:

- Al colocarlos se altera el terreno.

- El recorrido de agua infiltrada en un infiltrómetro es diferente del que realiza el agua en un área considerable.
- La falta de homogeneidad del suelo hace que los resultados del infiltrómetro no puedan ser muy reales respecto a las condiciones de un área más extensa.
- Para la correcta simulación del proceso deben utilizarse simuladores de lluvia, los cuales son onerosos.

#### 4.4.2 Medida de la capacidad de infiltración en una hoya por medio de la separación de las componentes del hidrograma

Si se conocen la precipitación y la escorrentía superficial en una hoya, se puede calcular, por diferencia, la capacidad de infiltración de la misma, si bien este valor englobará también la intercepción y el almacenaje en las depresiones.

Sin embargo, el hecho de que la capacidad de infiltración englobe la intercepción y el almacenaje por depresiones no afecta la solución de los problemas de ingeniería de un proyecto, pues normalmente la meta será el conocimiento de la escorrentía superficial resultante de una cierta precipitación, conocida la capacidad de infiltración.

Para pequeñas hoyas el error producido por el retardo de la escorrentía debido a intercepción y almacenaje en depresiones es menor que para grandes hoyas. Así, para grandes hoyas, se puede, como máximo, calcular una capacidad de infiltración media.

Se puede organizar el trabajo sobre este tema como se muestra en el Cuadro 4.2, en el cual la columna 4 se obtiene dividiendo los valores de la columna 3 por el área de la hoya y corrigiendo unidades. La columna 7 es la diferencia de los valores de la columna 6 menos la columna 5. Finalmente, se grafica el tiempo promedio en el intervalo (columna 8), en minutos, contra la capacidad de infiltración (columna 7), en mm/hr, lo cual resulta en una curva como la mostrada en el numeral inmediatamente anterior.

#### 4.5 FACTORES QUE INTERVIENEN EN LA CAPACIDAD DE INFILTRACIÓN

- Humedad del suelo.

Un suelo seco tiene mayor capacidad de infiltración inicial por el hecho de que se suman fuerzas gravitacionales y de capilaridad.

- Permeabilidad del suelo.

La permeabilidad es la velocidad de infiltración para un gradiente unitario de carga hidráulica, en un flujo saturado a través de un medio poroso. La permeabilidad puede ser afectada por otros factores como la

cobertura vegetal, compactación del suelo, la infiltración de agua, etc. No depende de las condiciones de contorno, pero sí principalmente del tamaño y distribución de los granos del suelo, y de la temperatura del agua.

— Temperatura del suelo y condiciones de contorno.

Como la capacidad de infiltración es una de las medidas de infiltración, que a su vez es también un fenómeno de flujo de agua a través del suelo, su medida depende directa o indirectamente de la temperatura del agua y del suelo y de las condiciones de contorno, cualquiera que sea la profundidad del suelo. Entre las condiciones de contorno se pueden enumerar las siguientes: compactación debido a la lluvia, compactación por animales o intervención humana, arado de la tierra, compactación de grietas por acción de raíces de plantas, etc.

**Cuadro 4.2.** Cálculo de la capacidad de infiltración por separación de componentes del hidrograma en una hoya.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Tiempo (min)	Precipitación acumulada (mm)	Escurrimiento superficial (m <sup>3</sup> /s)	Escurrimiento superficial (mm/hr)	Escurrimiento superficial promedio (mm/hr)	Intensidad de precipitación (mm/hr)	Capacidad de infiltración (mm/hr)	Tiempo promedio en el intervalo desde el comienzo (minutos)
$t_0$	$P_0$	$Q_0$	$ES_0$				
$t_1$	$P_1$	$Q_1$	$ES_1$	$(ES_0 + ES_1)/2$	$(P_1 - P_0)/(t_1 - t_0)$	$f_1$	$(t_1 + t_0)/2$
$t_2$	$P_2$	$Q_2$	$ES_2$	$(ES_1 + ES_2)/2$	$(P_2 - P_1)/(t_2 - t_1)$	$f_2$	$(t_2 + t_1)/2$
$t_3$	$P_3$	$Q_3$	$ES_3$	$(ES_2 + ES_3)/2$	$(P_3 - P_2)/(t_3 - t_2)$	$f_3$	$(t_3 + t_2)/2$
$t_4$	$P_4$	$Q_4$	$ES_4$	$(ES_3 + ES_4)/2$	$(P_4 - P_3)/(t_4 - t_3)$	$f_4$	$(t_4 + t_3)/2$
$t_{n-1}$	$P_{n-1}$	$Q_{n-1}$	$ES_{n-1}$				
$t_n$	$P_n$	$Q_n$	$ES_n$	$(ES_{n-1} + ES_n)/2$	$(P_n - P_{n-1})/(t_n - t_{n-1})$	$f_n$	$(t_n + t_{n-1})/2$

## 4.6 ECUACIÓN DE LA CURVA DE CAPACIDAD DE INFILTRACIÓN CONTRA TIEMPO

Dicha ecuación fue desarrollada por Horton, para  $i \geq f$

$$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-kt} \quad (4.2)$$

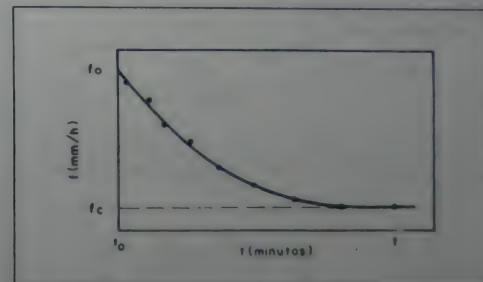
en la que:

$f_0$ : capacidad de infiltración inicial (para  $t = 0$ ), en mm/hr

$f_c$ : capacidad de infiltración final (para  $t \Rightarrow \infty$ ), en mm/hr

$k$ : constante para cada curva, característica de cada cuenca

$t$ : tiempo de duración de la lluvia, en minutos



**Figura 4.4.** Curva representativa de la ecuación de capacidad de infiltración contra tiempo

Si  $i < f$ , toda el agua lluvia se infiltra, pero la variación de  $f$  con el tiempo no se puede expresar de forma matemática.

El valor de  $f_c$  se puede determinar visualmente, de acuerdo con la graficación de la pareja de puntos  $(f, t)$ ;  $f_c$  se denomina, también, capacidad de infiltración del suelo saturado.

Ahora bien,

$$(f - f_c) = (f_0 - f_c) e^{-kt}$$

$$\log (f - f_c) = \log (f_0 - f_c) - kt \log e = \log (f_0 - f_c) - 0.43 kt \quad (4.3)$$



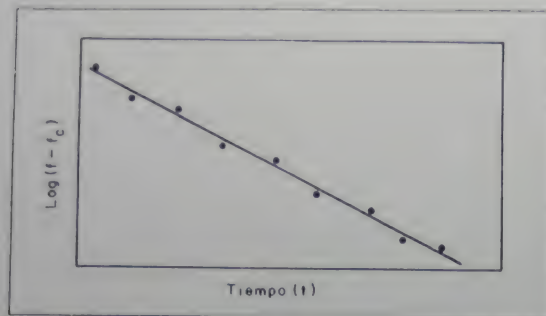


Figura 4.5. Análisis de mínimos cuadrados para cálculo de parámetros  $k$  y  $f_0$ .

Para determinar  $k$  y  $f_0$ , se lleva a cabo un análisis de mínimos cuadrados entre los valores de  $\log (f - f_c)$  y  $t$  correspondientes, dado que  $f_c$  ya ha sido definido.

#### 4.7 ÍNDICE $\phi$ DE INFILTRACIÓN

Muchos índices han sido propuestos como indicadores de la infiltración. El más simple y el más ampliamente usado es el índice  $\phi$ . Este índice se define como la intensidad de lluvia promedio por encima de la cual la masa de escurrentía superficial es igual a la masa de lluvia neta. Entonces  $\phi$  tiene las unidades de intensidad de lluvia, mm/hr. El índice  $\phi$  se determina de lluvia y escurrentía superficial medidas en una hoya hidrográfica particular.

La distribución en el tiempo de la altura de lluvia promedio se determina aplicando el método de los polígonos de Thiessen, u otro método, a valores horarios de lluvia. Este resultado se indica como la línea sólida de la Figura 4.6. El volumen de escurrentía superficial se determina por medio de la utilización de los métodos que se explicarán en el Capítulo 6. La diferencia entre el volumen de lluvia total y el volumen de escurrentía superficial es igual al volumen de infiltración. Entonces, para determinar el índice  $\phi$ , se supone inicialmente un valor de  $\phi$  (mm/hr), línea que se presenta a trazos en la Figura 4.6. Este valor supuesto de  $\phi$  se resta de los valores horarios de lluvia. Valores negativos indican intensidad de lluvia menor que la tasa de infiltración y se suponen igual a cero. La diferencia calculada es la lluvia neta. El volumen de lluvia neta debe ser igual al volumen de escurrentía superficial si se ha supuesto un valor correcto de  $\phi$ . Si no, se debe suponer un nuevo valor de  $\phi$  y se repite el proceso.

El índice  $\phi$  incluye la cantidad de agua de infiltración, la cantidad de agua interceptada y la cantidad de agua dejada en almacenamiento por depresiones. Una porción de esta última cantidad se evapora en vez de infiltrarse.

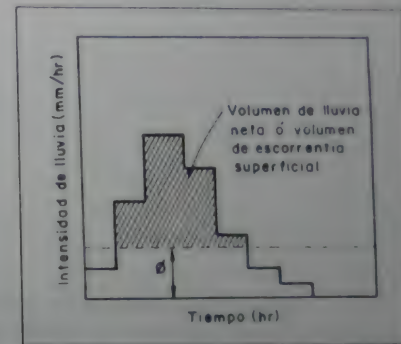


Figura 4.6. Índice  $\phi$  de infiltración.

# **CAPITULO 5**

## ***Evaporación y evapotranspiración***



## 5.1 INTRODUCCIÓN

Este fenómeno es de importancia para:  
Meteorólogos: la evaporación condiciona la característica energética de la atmósfera y altera las características de las masas de aire en ella existentes.

- Hidrólogos: interés en conocer las pérdidas de agua en las corrientes, canales, embalses, así como la cantidad de agua que debe ser adicionada para irrigación.
- Agrónomos: interés en conocer las pérdidas de agua de la superficie del suelo cuando se trabajan diferentes cultivos.
- Ingenieros forestales, botánicos, climatólogos, etc.

## 5.2 DEFINICIÓN Y FACTORES FÍSICOS

### 5.2.1 Definición

La evaporación es el proceso por el cual el agua líquida pasa al estado de vapor en condiciones naturales.

Se expresa como:

$$E = \frac{dm}{dt} \quad (5.1)$$

en donde:

dm: masa por unidad de área que pasa al estado de vapor en un intervalo de tiempo dt.

E: tasa de evaporación por unidad de área.

### 5.2.2 Interpretación del fenómeno

- En sólidos y líquidos predominan las fuerzas de atracción entre las partículas del cuerpo.
- En los sólidos cada partícula tiene oscilaciones de muy pequeña amplitud, con una posición media casi permanente.
- En los líquidos la energía cinética media de las partículas es mayor que en los sólidos, pero una partícula que se libera de la atracción de aquellas que la rodean es luego capturada por un grupo de partículas vecinas.
- En los gases la energía cinética media de las partículas es aun mayor y suficiente para liberar unas de otras.
- El cambio del estado sólido o líquido al gaseoso corresponde a un aumento de energía cinética de las partículas de la sustancia, y esto exige, para mantenerse a temperatura constante, el consumo de una cantidad de energía que, por unidad de masa de la sustancia, es igual al calor latente de evaporación o sublimación, según sea el paso del estado líquido al gaseoso o del sólido al gaseoso, respectivamente. El cambio del estado en sentido contrario corresponde a una liberación de una cantidad de energía que es consumida en la transformación bajo las mismas condiciones mencionadas con anterioridad.
- Simultáneamente con el escape de partículas de agua hacia la atmósfera se da el fenómeno inverso: partículas de agua en la fase gaseosa que existen en la atmósfera chocan con la superficie de separación entre estado líquido y gaseoso, y son capturadas por el cuerpo de agua evaporante.
- La evaporación se mantiene hasta alcanzar un estado de equilibrio que corresponde a la saturación del aire en vapor de agua: el número de partículas que escapan del cuerpo evaporante es igual al número de partículas de agua en la fase gaseosa que son capturadas por el cuerpo en el mismo intervalo de tiempo.

### 5.2.3 Explicación del fenómeno

- Considérese un recipiente cerrado, parcialmente lleno con agua a temperatura  $t$ . Si el espacio por encima del líquido está inicialmente al vacío, se alcanzará un estado de equilibrio en el que la tasa en la cual las moléculas de agua dejan el líquido es igual a la en que ellas vuelven a él. Consecuentemente, la concentración de moléculas de vapor llega a ser constante y también la presión que ejercen sobre las paredes del recipiente. Esta es la presión de vapor de saturación y depende solamente de cierta temperatura para cada líquido.

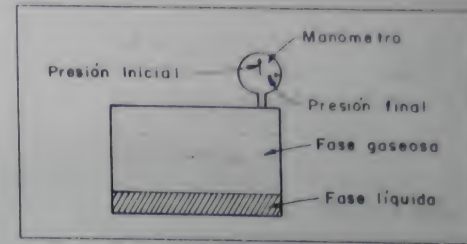


Figura 5.1. Presión de saturación de vapor de agua

- En el caso de que el espacio por encima del líquido no esté al vacío ocurre el mismo fenómeno. Si la presión de vapor de agua  $e$  es menor que la presión de vapor de saturación  $e_s$ , entonces hay intercambio de partículas entre la fase líquida y la gaseosa; en caso de que dichas presiones  $e$  y  $e_s$  sean iguales, no hay intercambio de partículas.
- Se debe tener en cuenta que la presión de equilibrio parcial del vapor de agua a una temperatura dada es la misma, sea que haya otros gases o no.

Por consiguiente, si se tiene una superficie expuesta a condiciones ambientales, que posea un cierto contenido de vapor de agua, se va a notar un intercambio de moléculas entre las fases de vapor y líquida, que envuelve los fenómenos de condensación y evaporación.

### 5.2.4 Condiciones básicas para la ocurrencia del mecanismo de evaporación

- Existencia de una fuente de energía, que en condiciones naturales es la radiación solar, transformada en calor sensible de la atmósfera o de la superficie evaporante. En general, la radiación solar es la fuente principal para la evaporación. Para evaporar un gramo de agua se requieren 540 calorías a  $100^{\circ}\text{C}$  ó 600 calorías a  $0^{\circ}\text{C}$ .
- Existencia de un gradiente de concentración de vapor, es decir, una diferencia entre la presión de saturación de vapor existente en la capa que limita el agua y el aire, y la presión de vapor de aire actual a la temperatura del aire.



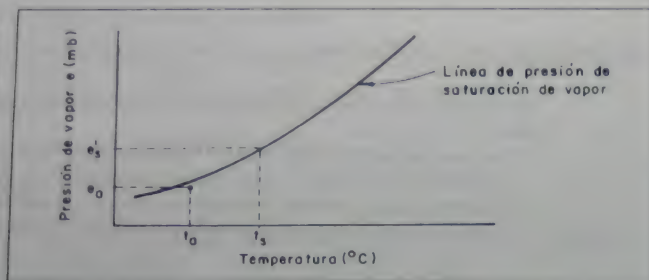


Figura 5.2 Línea de presión de saturación de vapor de agua.

en donde:

- $e_a$  es la presión actual de vapor a la temperatura  $t_a$  del aire.
- $e'_i$  es la presión de saturación de vapor a la temperatura  $t'_i$  de la capa limitante entre el agua y el aire.
- $t'_i$  es diferente de  $t_a$  (temperatura del aire)
- $t'_i$  es diferente de la temperatura de la capa superficial unos pocos centímetros por encima de la superficie del agua.
- $t'_i$  es desconocida y no conocible.

Debido a esto se puede expresar la tasa de evaporación por unidad de área como

$$E = K \frac{de}{dz} \quad (5.2)$$

en donde:

- $K$ : coeficiente de transporte de vapor de agua
- $de/dz$ : gradiente de concentración o presión de vapor de agua en relación con la altura

## 5.3 INFLUENCIAS METEOROLÓGICAS

### 5.3.1 Temperatura de la superficie

La variación de intensidad de radiación solar recibida en la superficie produce una variación de la temperatura en esta, modificando la energía cinética de las moléculas. A altas temperaturas, más moléculas escapan de la superficie, debido a su mayor energía cinética.

### 5.3.2 Temperatura y humedad del aire

La temperatura y la humedad del aire condicionan la presión de vapor del mismo y actúan, por consiguiente, como factores ligados al gradiente de concentración de vapor entre la superficie del agua y el aire vecino.

### 5.3.3 Viento

El viento modifica el estrato de aire vecino a la superficie, substituyendo un estrato muchas veces saturado por uno con menor contenido de vapor de agua.

En el estrato que está en contacto con la superficie de agua ( $\approx 1\text{ mm}$ ) el movimiento de vapor es dado por las moléculas individuales (difusión molecular), pero por encima de ese estrato límite superficial, el responsable es el movimiento turbulento del aire (difusión turbulenta).

### 5.3.4 Otros

Aunque en mucho menor grado, los siguientes fenómenos influyen en la evaporación:

- Presión atmosférica
- Características de la superficie evaporante:
  - tamaño
  - estado del área vecina a tal superficie
  - salinidad del agua
  - humedad del suelo
  - composición y textura del suelo

## 5.4 DEFINICIONES BÁSICAS

### 5.4.1 Evaporación potencial

Máxima pérdida de agua hacia la atmósfera de una superficie líquida (o sólida saturada) expuesta libremente a condiciones ambientales. En el caso de una superficie sólida saturada, debe haber abastecimiento de humedad de agua al suelo en todo momento.

### 5.4.2 Transpiración

Pérdida de agua hacia la atmósfera en forma de vapor, dependiente de las acciones físicas y fisiológicas de los vegetales (estomas).

### 5.4.3 Evapotranspiración

Es el conjunto de los fenómenos de evaporación y transpiración.

#### 5.4.3.1 Evapotranspiración potencial

Pérdida de agua observada en una superficie líquida o sólida saturada, por evaporación y por transpiración de las plantas, que ocurriría en el caso que hubiera un adecuado abastecimiento de humedad de agua al suelo en todo momento.

#### 5.4.3.2 Evapotranspiración real

Pérdida de agua observada en una superficie líquida o sólida saturada, en las condiciones reinantes atmosféricas y de humedad del suelo, por fenómenos de evaporación y de transpiración de las plantas.

## 5.5 FÓRMULA GENERAL DE EVAPORACIÓN

La primera ecuación para expresar dicho fenómeno fue expresada por Dalton (1928) como:

$$E_0 = C(e'_s - e_a)f(u), \text{ en } \left(\frac{\text{mm}}{\text{día}}\right) \quad (5.3)$$

en donde:

- $C$ : función de varios elementos meteorológicos  
 $e'_s$ : presión de saturación de vapor de aire a temperatura  $t'_s$  de la capa limitante entre el agua y el aire.  
 $e_a$ : presión de vapor de aire a la temperatura  $t_a$  del aire.  
 $f(u)$ : función de la velocidad del viento.

En general,

$$E_0 = f(C, v, e_s, e_a) \quad (5.4)$$

en donde:

- $v$ : velocidad del viento a una altura determinada de la superficie evaporante.

## 5.6 DETERMINACIÓN DE EVAPORACIÓN Y EVAPOTRANSPIRACIÓN

Para la determinación de estos fenómenos se ejecutan usualmente estudios en dos sentidos:

- Elaboración de fórmulas teórico-empíricas para explicar el fenómeno con máxima cercanía a condiciones reales (métodos de estimación).
- Elaboración de aparatos y métodos de medida para la obtención de los valores reales de evaporación desde superficies (métodos de medida).

### 5.6.1 Métodos de estimación

#### 5.6.1.1 Método aerodinámico

Está basado en el proceso de difusión del vapor. Presenta serias dificultades pues la ecuación general de difusión del vapor presenta soluciones simples sólo en condiciones especiales.

Utilizando condiciones de contorno adecuadas:

$$E_0 = (a + b\bar{u})(e'_s - e_a) \quad (5.5)$$

en donde:

- $\bar{u}$ : velocidad media del viento  
 $e_s$  y  $e_a$ : presiones de vapor de agua en los niveles  $z_s$  y  $z_a$   
 $a$  y  $b$ : son coeficientes

Si  $e_s$  es la presión de vapor a la temperatura de la superficie, ésta se iguala a la presión de saturación de vapor  $e'_s$  a la temperatura  $t'_s$  de la capa limitante entre el agua y el aire, y  $e_a$  es la presión de vapor de aire  $e_a$  a la temperatura del aire, entonces:

$$E_0 = (a + b\bar{u})(e'_s - e_a)$$

en donde la tasa de evaporación por unidad de área y tiempo puede ser estimada a través de medidas del viento en un nivel, y de la diferencia entre la presión de vapor de agua en la capa limitante entre el agua y el aire, y la presión en el aire. Las constantes  $a$  y  $b$  deben ser determinadas para cada localidad.



### 5.6.1.2 Método de balance energético

Está basado en el principio de conservación de energía. El balance de energía entre la superficie y el aire vecino puede ser expresado como:

$$R_1 = F_c + Q_s + LE_0 \quad (5.6)$$

en donde:

$R_1$ : flujo de radiación líquida por unidad de área y tiempo ((cal/cm<sup>2</sup>)/día).

$F_c$ : flujo de calor en el interior del suelo, por unidad de área y tiempo ((cal/cm<sup>2</sup>)/día).

$Q_s$ : flujo de calor sensible hacia la atmósfera, por unidad de área y tiempo ((cal/cm<sup>2</sup>)/día).

$LE_0$ : Flujo de calor latente o cantidad de energía gastada en la evaporación. Es igual a la evaporación  $E_0$  multiplicada por el calor latente de evaporación  $L$ .

$L$  en (cal/gr)

$E_0$  en ((gr/cm<sup>2</sup>)/día)

$LE_0$  en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día)

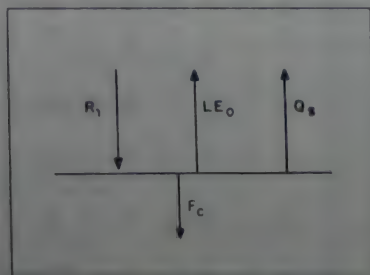


Figure 5.3. Método de balance energético.

De acuerdo con la Figura 5.3, si se considera que la tasa de energía de almacenamiento y la energía gastada para la fotosíntesis son despreciables, se tiene:

$$LE_0 = R_1 - F_c - Q_s \Rightarrow LE_0 = \frac{(R_1 - F_c - Q_s)}{L} \quad (5.7)$$

$R_1$ : Puede ser obtenido directamente con el empleo de un radiómetro líquido o a través de expresiones analíticas.

$F_c$ : Puede ser obtenido con placas de flujo (fluxímetro) o a través de la ecuación de conducción del calor.

$$F_c = -K \frac{\Delta T}{\Delta Z} \quad (5.8)$$

en donde:

$K$ : conductividad térmica del suelo considerado.

$\Delta T/\Delta Z$ : gradiente de la temperatura medido en el suelo superficial

$$\frac{\Delta T}{\Delta Z} \text{ expresado en } \frac{(^{\circ}\text{C})}{(\text{m})}$$

$Q_s$ : no puede ser medido ni estimado. Sin embargo, Bowen dio la solución así:

$$B = \frac{Q_s}{LE_0} \quad (5.9)$$

$$Q_s = -\rho C_p K_s \frac{\Delta T}{\Delta z} \quad (5.10)$$

$$LE_0 = -\rho L K_s \frac{\Delta q}{\Delta z} \quad (5.11)$$

en donde:

$\rho$ : masa específica del vapor de agua

$C_p$ : calor de masa de aire a presión constante

$T$ : temperatura

$K_s$ : coeficiente de difusividad térmica del aire

$L$ : calor latente de evaporación

$K_s$ : coeficiente de transporte de vapor

$q$ : humedad absoluta

$z$ : profundidad del suelo

Bowen admitió que:

$$K_s = K_1 \Rightarrow B = \frac{C_p \Delta T}{L \Delta q} \text{ ó } B = \frac{\Delta T}{\Delta q} \quad (5.12)$$

en donde:

$e$ : presión de vapor de agua

$L$  en cal/gr,  $\Gamma$  en mm Hg/°C,  $T$  en °C,  $e$  en mm Hg

$\Gamma$ : constante psicrométrica

Finalmente de la Ecuación (5.7)

$$E_0 = \frac{10}{L} \left( \frac{R_1 - F_1}{1 + B} \right) (\text{mm/día}) \quad \text{o} \quad E_0 = \frac{R_1 - F_1}{L(1 + B)} \text{ en } (\text{gr/cm}^2 \text{ día}) \quad (5.13)$$

### 5.6.1.3 Método de Penman

Penman propuso combinar los métodos de balance de energía y el aerodinámico. Penman planteó también que el flujo de calor en el suelo puede ser despreciado en relación con los demás términos cuando son aplicados para períodos de un día o más.

#### A. Distribución de energía en la atmósfera

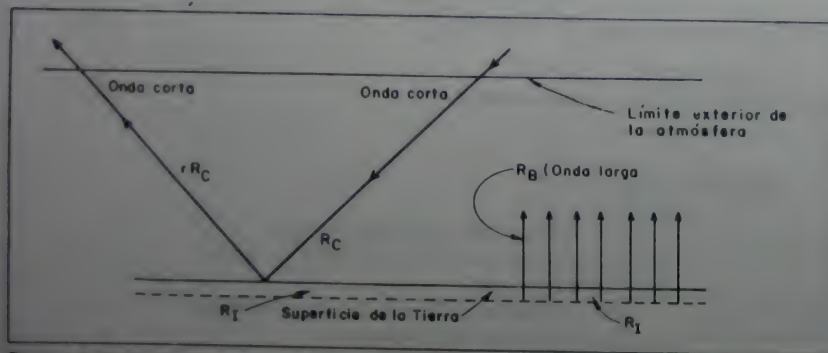


Figura 5.4. Distribución de energía en la atmósfera.

$$1) \quad R_c = R_s (0.20 + 0.48 \frac{n}{D}) \quad (5.14)$$

$R_s$ : es la cantidad de energía que alcanza el límite exterior de la atmósfera, según se presenta en el Cuadro 5.1, ((cal/cm²)/día)

$n$ : número actual de horas de sol por día

$D$ : máximo número posible de horas de sol por día (de salida a ocaso del sol), presentado en el Cuadro 5.2.

Cuadro 5.1. Flujo de radiación de onda corta en la parte superior de la atmósfera terrestre en (cal/cm²)/día, como una función del mes, del año y de la latitud.

	Latitud geográfica (grados)																		
	Norte									Sur									
M	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
E																			
S																			
E	0	0	0	90	225	380	520	660	780	885	965	1020	1050	1055	1035	1000	1000	1035	1055
F	0	0	0	70	215	360	505	630	750	840	915	960	975	965	865	785	695	645	660
M	40	125	275	425	555	675	775	850	900	925	915	885	830	740	640	510	375	225	135
A	470	480	565	670	750	845	895	920	925	900	840	765	665	545	415	280	130	15	0
M	900	890	855	890	930	965	975	960	915	850	755	650	525	390	250	110	10	0	0
J	1085	1075	1025	1000	1010	1020	1000	965	900	820	710	590	460	315	180	55	0	0	0
J	1010	995	945	945	970	985	990	960	905	830	730	615	480	345	205	75	0	0	0
A	670	660	685	770	830	895	925	935	915	870	795	705	595	465	325	190	55	0	0
S	170	255	385	510	640	740	820	875	905	905	875	820	750	650	525	390	250	100	15
O	0	0	25	145	285	435	565	685	785	865	910	935	930	900	840	760	660	550	440
N	0	0	0	15	120	265	415	560	685	800	890	955	1000	1020	995	975	920	885	905
D	0	0	0	0	80	190	335	490	630	760	875	960	1025	1065	1080	1075	1060	1090	1140



Cuadro 5.2. Valores de D.

Duración máxima de la insolación diaria, en horas, para los varios meses del año (valores correspondientes al día 15 de cada mes).

Latitud	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
N 10	11.7	11.6	11.9	12.4	12.5	12.6	12.5	12.5	12.2	11.8	11.8	11.4
5	11.9	11.9	11.9	12.3	12.3	12.3	12.3	12.3	12.1	12.0	11.9	11.8
Ec. 0	12.1	12.0	12.0	12.1	12.0	12.1	12.1	12.2	12.1	12.1	12.1	12.0
5	12.4	12.1	12.0	12.0	11.8	11.9	11.8	12.0	12.0	12.2	12.4	12.2
S 10	12.6	12.4	12.1	11.9	11.7	11.5	11.6	11.8	12.0	12.3	12.6	12.7

$$2) R_f = R_i (1 - r) = R_a (1 - r) (0.20 + 0.48 \frac{n}{D}) \quad (5.15)$$

$R_f$ : cantidad neta de radiación de onda corta retenida en la superficie de la tierra en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día)

$r$ : albedo de la superficie.  $r = \frac{\text{energía reflejada}}{\text{energía incidente}}$

En el Cuadro 5.3 se presenta dicho valor para varios tipos de superficie.

Cuadro 5.3. Valores de albedo de la superficie,  $r$ .

Tipo de superficie	$r$
Agua (superficies abiertas)	0.06
Roca	0.12 - 0.15
Tierra vegetal seca	0.14
Tierra vegetal húmeda	0.08 - 0.09
Pasto	0.10 - 0.33
Nieve recién caída	0.90
Nieve vieja, limpia	0.40
Nieve sucia	0.10
Vegetación verde (promedio para selvas y pastos)	0.20
Pastos y cultivos	0.25

$$3) R_H = \sigma T_a^4 (0.47 - 0.077\sqrt{e_a}) (0.20 + 0.80 \frac{n}{D}) \quad (5.16)$$

en donde:

$R_H$ : flujo de radiación de onda larga hacia la atmósfera, en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día).

$T_a$ : temperatura absoluta del aire, en °K.

$$T_a (^{\circ}\text{K}) = 273 + T_a (^{\circ}\text{C})$$

$e_a$ : presión de vapor a la temperatura del aire, en mm de Hg

$\sigma T_a^4$ : es la presión de cuerpos negros de Stefan-Boltzmann, en donde:  
 $\sigma$ : constante de Lummer y Pringsheim

$$\sigma = 117.4 \times 10^{-9} \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{dia} \cdot \text{K}^4}$$

4) Cantidad de energía remanente sobre la superficie terrestre y disponible para varios fenómenos, H

$$H = R_f - R_H; H \text{ en } ((\text{cal}/\text{cm}^2)/\text{día}) \quad (5.17)$$

### B. Distribución de energía sobre la superficie terrestre

El balance de calor H en un área dada de agua es utilizado de cuatro maneras:

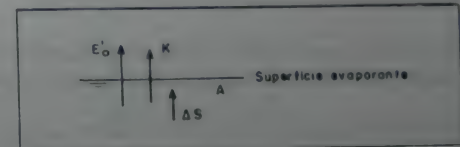


Figura 5.5. Balance de calor en una superficie de agua

$$H = E_0' + K + \Delta S + A, \text{ en } ((\text{cal}/\text{cm}^2)/\text{día}) \quad (5.18)$$

en donde:

$E_0'$ : calor disponible para evaporación, en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día)

$K$ : abastecimiento de calor por convección (transporte de calor por movimiento de materia) de la superficie del agua al aire que se mueve alrededor de esa superficie; en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día).

$\Delta S$ : incremento de calor sensible de la masa de agua (cambio en almacenamiento de calor), en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día)

$A$ : incremento en calor sensible del medio ambiente (advección), en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día).

1) abastecimiento de calor por convección

$$K = 1.7 C'' (t_s' - t_a) / (u) \text{ Formula de Meteorología} \quad (5.19)$$

en donde

- $\Gamma$ : constante psicrométrica = 0.49 mm Hg/°C  
 $t'_i$ : temperatura de la capa limitante entre el agua y el aire, en °C  
 $t_a$ : temperatura del aire, en °C  
 $C'$  y  $f(u)$  tienen el mismo significado que en la fórmula de Dalton según el parágrafo 5.5

$C' = 60$  C para K en ((cal/cm²)/día), siendo C una función de varios elementos meteorológicos, de la fórmula de Dalton.

## 2) Cambio de almacenamiento de calor

$\Delta S$  puede no ser tomado en cuenta si la temperatura de la masa de agua permanece más o menos constante, si el lago es muy poco profundo o si se consideran períodos no más cortos que de 10 a 20 días  $\Rightarrow \Delta S = 0$ .

## 3) Advección

El valor de A se toma como igual a cero cuando el lago es grande, de tal manera que el efecto de borde es despreciable.  $\Rightarrow A = 0$ .

Finalmente se tiene, siendo  $\Delta S$  y A cercanos a cero,

$$H = E'_0 + K \quad \text{en (cal/cm}^2\text{)/día} \quad (5.20)$$

## C. Derivación de la fórmula para $E'_0$

Para llegar a una fórmula conveniente para  $E'_0$ , se introducen dos expresiones:

$$\Delta = \frac{e'_i - e}{t'_i - t_a} ; \Delta \text{ en (mm de Hg/°C)} \quad (5.21)$$

en donde:

- $e$ : presión de saturación de vapor de agua a la temperatura  $t_a$  del aire, en mm de Hg.  
 $e'_i$ : presión de saturación de vapor de agua a la temperatura  $t'_i$  de la capa limitante entre el agua y el aire, en mm de Hg.  
 $t'_i$ : es la temperatura de la capa limitante entre el agua y el aire, en °C.  
 $e_a$ : es la presión actual de vapor a la temperatura  $t_a$  del aire, en mm de Hg.  
 $\Delta = \text{tg} \alpha$  es la pendiente de la curva de presión de saturación de vapor a la temperatura  $t_a$  y puede ser fácilmente hallada en el Cuadro 3.1. Este procedimiento es justificable dado que  $t'_i$  nunca es muy diferente de  $t_a$ .

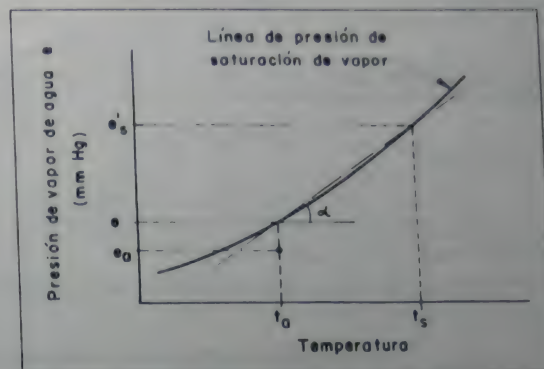


Figura 5.6. Derivación de la fórmula para  $E'_0$ .

Además:

$$E'_a = 21 (e - e_a) (0.5 + 0.54 U_2) \text{ en ((cal/cm}^2\text{)/día)} \quad (5.22)$$

en donde:

- $E'_a$ : evaporación de la superficie libre de agua correspondiente al caso hipotético en que las temperaturas del agua y del aire sean iguales, en ((cal/cm²)/día)  
 $e$ : presión de saturación de vapor a la temperatura  $t_a$  del aire, en mm de Hg.  
 $e_a$ : presión actual de vapor a la temperatura  $t_a$  del aire, en mm de Hg.  
 $U_2$ : velocidad promedio del viento, en m/s, a una altura de 2 metros sobre la superficie del terreno.

Nota: En los estudios de evaporación es importante anotar que la evaporación de 1 mm de altura de agua sobre un área superficial de 1 cm² requiere aproximadamente 60 calorías.

$$\frac{1 \text{ mm}}{\text{día}} = \frac{60 \text{ cal}}{\text{cm}^2 \text{ día}}$$

Hay, entonces, cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas ( $E'_0$ , K,  $t'_i$  y  $e_i$ )

$$H = E'_0 + K \quad (5.20)$$



$$E_s = C(e_s' - e_s)f(u), \text{ en } (mm/día) \quad (5.1)$$

$$E_0' = 60C(e_s' - e_s)f(u) = C'(e_s' - e_s)f(u); \text{ en } ((cal/cm^2)/día)$$

$$K = \Gamma C'(t_s' - t_s)f(u) \quad (5.19)$$

$$\Delta = \frac{e_s' - e}{t_s' - t_s} \quad (5.21)$$

Además

$$E_s = C'(e - e_s)f(u) \quad (5.22a)$$

Eliminando  $K$ ,  $t_s'$  y  $e_s'$ , se procede de la siguiente manera:

$$\frac{K}{E_0'} = \Gamma \frac{(t_s' - t_s)}{(e_s' - e_s)} = \beta \text{ (radio de Bowen)}$$

$$H = E_0' + K = E + E_0' \beta = E_0'(1 + \beta) \Rightarrow E_0' = \frac{H}{(1 + \beta)}$$

$$E_0' = \frac{H}{1 + \left( \frac{t_s' - t_s}{e_s' - e_s} \right) \Gamma} = \frac{H}{1 + \frac{\Gamma}{\Delta} \left( \frac{e_s' - e}{e_s' - e_s} \right)}$$

Ahora,

$$e_s' - e = (e_s' - e_s) - (e - e_s)$$

y,

$$\frac{E_s'}{E_0'} = \frac{e - e_s}{e_s' - e_s}$$

$$E_0' = \frac{H}{1 + \frac{\Gamma}{\Delta} \left[ \frac{(e_s' - e_s) - (e - e_s)}{e_s' - e_s} \right]}$$

$$E_0' = \frac{H}{1 + \frac{\Gamma}{\Delta} \left[ 1 - \frac{E_s'}{E_0'} \right]}$$

Finalmente,

$$E_0' = \frac{\Delta H + \Gamma E_s'}{\Delta + \Gamma} \quad (5.23)$$

en  $(cal/cm^2)/día$  para los valores de  $E_s'$ ,  $H$ ,  $E_0'$ ,  $\Delta$  y  $\Gamma$  en  $(mm \text{ de } H_2O/^{\circ}C)$ .  
Dividiendo los valores de  $E_0'$   $((cal/cm^2)/día)$  entre 60 se obtienen los valores de  $E_0'$   $(mm/día)$ .

#### D. Conclusiones

1. El valor de  $K$  puede ser derivado de:

$$K = H - E_0'; E_0' = \frac{\Delta H - \Gamma E_s'}{\Delta + \Gamma}$$

$$K = H - \frac{\Delta H + \Gamma E_s'}{\Delta + \Gamma} = \frac{\Delta H + \Gamma H - \Delta H - \Gamma E_s'}{\Delta + \Gamma} = \frac{\Gamma(H - E_s')}{\Gamma + \Delta}$$

$$\text{Si } H = E_s' \Rightarrow K = 0$$

No existe intercambio de calor por convección entre el aire y el agua. Significa que todo el calor almacenado es usado para evaporación.

2. Si  $H = 0$  (no ganancias o pérdidas de energía)

$$\Rightarrow E_0' = -K = \frac{\Gamma E_s'}{\Delta + \Gamma}$$

Este es el caso del psicrómetro: todo el calor latente de evaporación es retirado del aire. El psicrómetro es un higómetro con una tasa fija de ventilación.

Ahora, de las Ecuaciones (5.3) y (5.19),

$$\frac{K}{E_0'} = -1 = \Gamma \left( \frac{t_s' - t_s}{e_s' - e_s} \right) \Rightarrow e_s = e_s' - \Gamma(t_s' - t_s) \quad (5.24)$$

y ésta es la ecuación del psicrómetro.

## 3. Durante las horas de la noche

$R_a = 0$  y si  $R_B$  es alto (cielo sin nubes),  $H$  puede convertirse en negativo. Si además,

$$|\Delta H| > |\Gamma E_a'|$$

$\Rightarrow E_a'$  será negativo. Esto implica condensación. La tasa de condensación será alta si  $E_a' = 0$  (implica que  $e - e_a = 0$  ó aire saturado) y si la temperatura es alta, dado que el factor

$\frac{\Delta}{\Delta + \Gamma}$  se incrementa ligeramente con la temperatura.

## E. Correcciones

Para que la fórmula de evaporación pueda ser utilizada se debe tener siempre en cuenta dos factores:

1. Relación con el albedo de la superficie (vegetación)
2. Relación con la influencia del viento. Penman sugirió el valor de  $(0.5 + U_2/160)$ , con  $U_2$  en km/día. Esto se debe a que en la superficie vegetada hay mayor contribución de la velocidad del viento para la tasa de evaporación y transpiración.

Con respecto a la radiación incidente  $R_c$ , los coeficientes obtenidos por Penman son sólo válidos en Inglaterra, en donde desarrolló su fórmula.

Para el estado de São Paulo, Brasil, se ha determinado:

$$R_c = R_a (0.24 + 0.58 \frac{n}{D})$$

con valores de  $R_c$  y  $R_a$  en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día)

## F. Método de Penman por nomograma para evaporación desde la superficie del agua

En la Figura 5.7 se presenta este nomograma, el cual se explica por sí mismo. Datos necesarios:

- h: humedad relativa del aire  
t: temperatura del aire (°C)  
n/D: relación entre insolación actual e insolación máxima  
 $R_a$ : en ((cal/cm<sup>2</sup>)/día), cantidad de energía que alcanza el límite exterior de la atmósfera.  
 $U_2$ : velocidad del viento a una altura de 2 m por encima de la superficie del terreno.

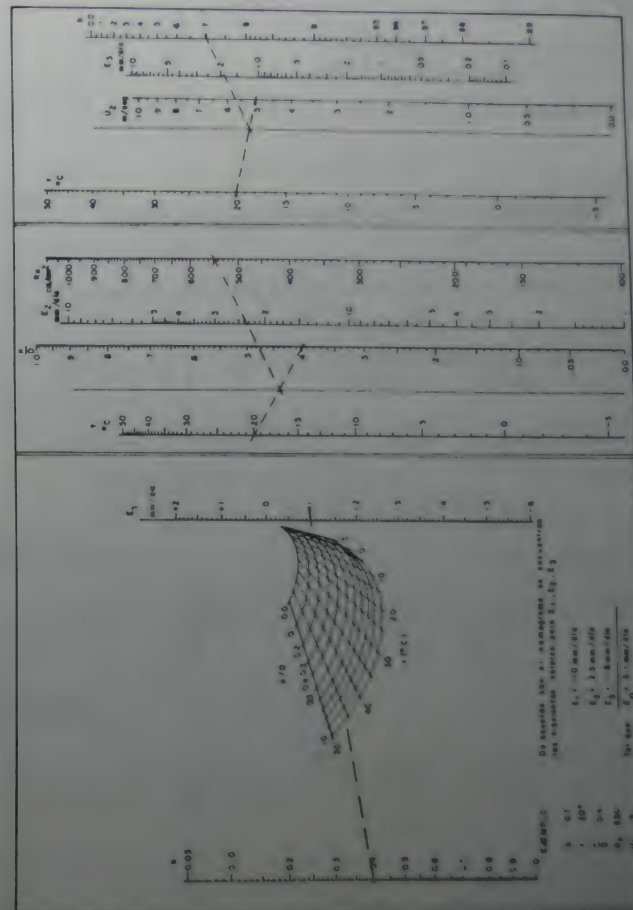


Figura 5.7. Nomograma para calcular  $E_o$  de acuerdo con Penman



### G. Ejemplo numérico

$$t_a = 20^\circ\text{C}$$

$$h = 0.70$$

$$n/D = 0.4; U_2 = 5 \text{ m/s}; R_a = 550 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día}$$

$$r = 0.06 \text{ (agua, superficie libre)}$$

– Presión de saturación de vapor a la temperatura actual  $t_a$  del aire.

Del Cuadro 3.1

$$e = 17.53 \text{ mm Hg}$$

– Presión actual de vapor a la temperatura actual  $t_a$  del aire.

$$h = 0.70 = e_a/e \Rightarrow e_a = 17.53 \times 0.7 = 12.27 \text{ mm Hg}$$

– Temperatura absoluta del aire, en  $^\circ\text{K}$ .

$$T_a = 20 + 273 = 293^\circ\text{K}$$

$$\Delta = \frac{e'_i - e}{t'_i - t} = \frac{(e_{20.05} - e_{19.95})}{20.05 - 19.95}$$

$$\Delta = \frac{17.585 - 17.480}{0.1} = 1.05 \text{ mm de Hg/}^\circ\text{C}$$

$\Delta$  = gradiente de presión de saturación de vapor a temperatura del aire

$$R_c = R_a(0.20 + 0.48 n/D) = 216 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día con } n/D = 0.4$$

$$R_l = R_c(1 - r) = R_c(1 - 0.06) = 203 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día}$$

$$R_B = 117.4 \times 10^{-9} \times 293^4 (0.47 - 0.077\sqrt{12.27}) (0.20 + 0.8 \times 0.4)$$

$$R_B = 91 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día}$$

$$H = R_l - R_B = 112 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día}$$

$$E'_a = 21(17.53 - 12.27)(0.5 + 0.54 \times 5) = 353.5 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día}$$

$$E'_0 = \frac{1.05 \times 112 + 0.49 \times 353.5}{1.05 + 0.49} = 188.8 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día}$$

$$\Rightarrow E'_0 = 3.15 \text{ mm/día}$$

Nótese la diferencia substancial entre  $E'_0$  y la evaporación  $E'_a$  cuando las temperaturas del aire y del agua son tomadas iguales.

Ahora bien,

$$K = H - E'_0 = 112 - 189 = -77 \text{ (cal/cm}^2\text{)/día}$$

Si  $K$  es negativo significa que algún calor es retirado del aire a través de transferencia por convección.

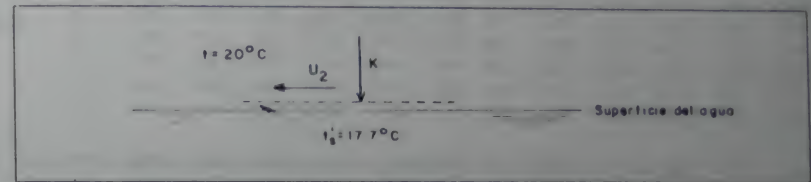


Figura 5.8 Temperatura de la capa limitante entre el agua y el aire. Ejemplo de cálculo

En la realidad  $t'_i = 17.7^\circ\text{C}$ ; entonces la temperatura de la capa limitante entre el aire y el agua es menor que la del aire (efecto enfriante de evaporación).

¿Cómo se determinan  $t'_i$  y  $e'_i$ , conocidos  $K$ ,  $E'_0$ ,  $t_a$  y  $e_a$ ?

$$\frac{K}{E'_0} = \frac{\Gamma(t'_i - t_a)}{(e'_i - e_a)}$$

$$\left(\frac{K}{E'_0}\right)(e'_i - e_a) = \Gamma(t'_i - t_a)$$

$$\frac{K}{E'_0} e'_i - \frac{K}{E'_0} e_a = \Gamma(t'_i - t_a)$$

$$\frac{K}{E'_0} e'_i = (t'_i - t_a) \Gamma + \frac{K}{E'_0} e_a$$

$$\Rightarrow e'_i = \frac{\Gamma(t'_i - t_a) + \frac{K}{E'_0} e_a}{\frac{K}{E'_0}} \quad (5.25)$$

Con un valor dado de  $t'_i$  se calcula  $e'_i$  en la Ecuación (5.25), y se compara con los valores en el Cuadro 3.1 de presión de vapor, hasta que los valores calculados y del cuadro coincidan. En este ejemplo, para  $t'_i = 17.7^\circ\text{C}$  y los demás datos del problema se calcula  $e'_i = 15.16 = e'_i = 15.17$  del Cuadro 3.1

### 5.6.1.4 Método de Thornthwaite

Este método se desarrolló correlacionando datos de evapotranspiración potencial medida en evapotranspirómetros localizados en hoyas hidrológicas, con datos de temperatura media mensual y longitud del día.

Para un mes de 30 días e insolación diaria de 12 horas:

$$E_j = \left( \frac{10 t_j}{I} \right)^a \times 1.6 \quad (5.26)$$

en donde:

$E_j$ : evapotranspiración potencial mensual del mes  $j$ , no ajustada (cm)

$t_j$ : temperatura media mensual del mes  $j$ , °C

$I$ : índice de calor

$$I = \sum_{i=1}^{12} i_j \quad (5.27)$$

$$i_j = (t_j/5)^{3.14} \quad (5.28)$$

en donde:

$a$ : ecuación cúbica de la forma:

$$a = 0.675 \times 10^{-6} I^3 - 0.771 \times 10^{-4} I^2 + 1.792 \times 10^{-2} I + 0.49 \quad (5.29)$$

Los valores obtenidos de  $E_j$  deben ser ajustados a la longitud del día y al número de días en el mes. Debido a dicho ajuste, los valores de  $E_j$  obtenidos deben ser multiplicados por el factor de corrección, el cual se presenta en el Cuadro 5.4 y depende de la latitud y el mes.

### 5.6.1.5 Método de Blaney y Criddle

Este método fue desarrollado principalmente para zonas áridas y semiáridas. Utiliza como parámetros la temperatura media mensual y un factor ligado a la longitud del día. Los datos son obtenidos con base en la fórmula:

$$U = \frac{t_p K}{100} \quad \text{sistema inglés} \quad (5.30)$$

Cuadro 5.4. Factores de corrección de evapotranspiración potencial mensual, dados por el método de Thornthwaite, para ajustarlo al número de días del mes y a la duración del brillo solar diario, en los varios meses del año y en latitudes entre 15 grados Norte y 37 grados Sur

Lat.	EN.	FEB.	MAR.	ABR.	MAY.	JUN.	JUL.	AGO.	SEP.	OCT.	NOV.	DIC.
15°N.	0.97	0.91	1.03	1.04	1.11	1.08	1.12	1.08	1.02	1.01	0.95	0.97
10°N.	1.00	0.91	1.03	1.03	1.08	1.05	1.08	1.07	1.02	1.02	0.98	0.99
5°N.	1.02	0.93	1.03	1.02	1.06	1.03	1.06	1.05	1.01	1.03	0.99	1.02
Ecuador	1.04	0.94	1.04	1.01	1.04	1.01	1.04	1.04	1.01	1.04	1.01	1.04
5°S.	1.06	0.95	1.04	1.00	1.02	0.99	1.02	1.03	1.00	1.05	1.03	1.06
10°S.	1.08	0.97	1.05	0.99	1.01	0.96	1.00	1.01	1.00	1.06	1.05	1.10
15°S.	1.12	0.98	1.05	0.98	0.98	0.94	0.97	1.00	1.00	1.07	1.07	1.12
20°S.	1.14	1.00	1.05	0.97	0.96	0.91	0.95	0.99	1.00	1.08	1.09	1.15
22°S.	1.14	1.00	1.05	0.97	0.95	0.90	0.94	0.99	1.00	1.09	1.10	1.16
23°S.	1.15	1.00	1.05	0.97	0.95	0.89	0.94	0.98	1.00	1.09	1.10	1.17
24°S.	1.16	1.01	1.05	0.96	0.94	0.89	0.93	0.98	1.00	1.10	1.11	1.17
25°S.	1.17	1.01	1.05	0.96	0.94	0.88	0.93	0.98	1.00	1.10	1.11	1.18
26°S.	1.17	1.01	1.05	0.96	0.94	0.87	0.92	0.98	1.00	1.10	1.11	1.18
27°S.	1.16	1.02	1.05	0.96	0.93	0.87	0.92	0.97	1.00	1.11	1.12	1.19
28°S.	1.19	1.02	1.06	0.95	0.93	0.86	0.91	0.97	1.00	1.11	1.13	1.20
29°S.	1.19	1.03	1.06	0.95	0.92	0.86	0.90	0.96	1.00	1.12	1.13	1.20
30°S.	1.20	1.03	1.06	0.95	0.92	0.85	0.90	0.96	1.00	1.12	1.14	1.21
31°S.	1.20	1.03	1.06	0.95	0.91	0.84	0.89	0.96	1.00	1.12	1.14	1.22
32°S.	1.21	1.03	1.06	0.95	0.91	0.84	0.89	0.95	1.00	1.12	1.15	1.23
33°S.	1.22	1.04	1.06	0.94	0.90	0.83	0.88	0.95	1.00	1.13	1.16	1.23
34°S.	1.22	1.04	1.06	0.94	0.89	0.82	0.87	0.94	1.00	1.13	1.16	1.24
35°S.	1.23	1.04	1.06	0.94	0.89	0.82	0.87	0.94	1.00	1.13	1.17	1.25
36°S.	1.24	1.04	1.06	0.94	0.88	0.81	0.86	0.94	1.00	1.13	1.17	1.26
37°S.	1.26	1.05	1.06	0.94	0.88	0.80	0.86	0.93	1.00	1.14	1.18	1.27



en donde:

U: uso consuntivo mensual (en pulgadas). Se define como la cantidad de agua utilizada ya sea por vegetación natural o de cosecha en la transpiración y en fabricación de tejido de la planta para un óptimo crecimiento, junto con el agua evaporada del suelo adyacente, nieve o de precipitación interceptada.

t: temperatura media mensual ( $^{\circ}\text{F}$ )

p: porcentaje de horas diurnas en el mes sobre el total de horas diurnas en el año, cuyos valores se presentan en el Cuadro 5.5; depende de la latitud y del mes.

K: coeficiente de uso consuntivo mensual, valor empírico que depende del tipo de cultivo, del mes y de la región. En el Cuadro 5.6 se presentan valores típicos promedio.

En sistema decimal, la fórmula es igual a:

$$U = (Kp + 100)(45.72 t + 812.8) \quad (5.31)$$

en donde:

K: coeficiente de uso consuntivo, presentado en el Cuadro 5.6

U: uso consuntivo mensual (mm)

p: porcentaje de horas diurnas en el mes sobre el total de horas diurnas en el año, presentado en el Cuadro 5.5

t: temperatura media mensual ( $^{\circ}\text{C}$ )

El uso consuntivo para la estación de cosecha puede ser estimado por la relación de Blaney-Criddle.

$$U = K_s B \quad (\text{sistema inglés}) \quad (5.32)$$

en donde:

U: uso consuntivo de agua para la estación de cosecha (pulgadas)

$K_s$ : coeficiente empírico en la estación de cosecha para un cultivo determinado. Valores típicos se presentan en el Cuadro 5.7

B: es la suma de los factores de uso consuntivo mensuales para la estación determinada de la cosecha

$B = \sum (t p / 100)$

t: temperatura media mensual ( $^{\circ}\text{F}$ )

p: porcentaje de horas diurnas en el mes sobre el total de horas diurnas en el año. En el Cuadro 5.5 se presentan estos valores.

Cuadro 5.5. Porcentaje de horas diurnas, P, en la ecuación de Blaney-Criddle

Latitud grados	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Norte												
60	4.67	5.65	8.08	9.65	11.74	12.39	12.31	10.70	8.57	6.98	5.04	4.22
50	5.98	6.30	8.24	9.24	10.68	10.91	10.99	10.00	8.46	7.45	6.10	5.65
40	6.76	6.72	8.33	8.95	10.02	10.08	10.22	9.54	8.39	7.75	6.72	6.52
35	7.05	6.88	8.35	8.83	9.76	9.77	9.93	9.37	8.36	7.87	6.97	6.86
30	7.30	7.03	8.38	8.72	9.53	9.49	9.67	9.22	8.33	7.99	7.19	7.15
25	7.53	7.14	8.39	8.61	9.33	9.23	9.45	9.09	8.32	8.09	7.40	7.42
20	7.74	7.25	8.41	8.52	9.15	9.00	9.25	8.96	8.30	8.18	7.58	7.66
15	7.94	7.36	8.43	8.44	8.98	8.80	9.05	8.83	8.28	8.26	7.75	7.88
10	8.13	7.47	8.45	8.37	8.81	8.60	8.86	8.71	8.25	8.34	7.91	8.10
0	8.50	7.66	8.49	8.21	8.50	8.22	8.50	8.49	8.21	8.50	8.22	8.50
Sur												
10	8.86	7.87	8.53	8.09	8.18	7.86	8.14	8.27	8.17	8.62	8.53	8.88
20	9.24	8.09	8.57	7.94	7.85	7.43	7.76	8.03	8.13	8.76	8.87	9.33
30	9.70	8.33	8.62	7.73	7.45	6.96	7.31	7.76	8.07	8.97	9.24	9.85
40	10.27	8.63	8.67	7.49	6.97	6.37	6.76	7.41	8.02	9.21	9.71	10.49

Cuadro 5.6. Coeficientes de uso consuntivo mensual K para uso en la ecuación de Blaney-Criddle

Cosecha	Región	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.
Alfalfa	California, zona costera	0.60	0.65	0.70	0.80	0.85	0.85	0.80	0.70	0.60
	California, interior	0.65	0.70	0.80	0.90	1.10	1.00	0.85	0.80	0.70
	Dakota del Norte		0.84	0.89	1.00	0.86	0.78	0.72		
	Utah, St. George		0.88	1.15	1.24	0.97	0.87	0.81		
Maíz .....	Dakota del Norte		0.47	0.63	0.78	0.79	0.70			
Algodón.....	Arizona		0.27	0.30	0.49	0.86	1.04	1.03	0.81	
	Texas	0.24	0.22	0.61	0.42	0.50				
Cultivo de huertos	Arizona	0.57	0.60	0.60	0.64	0.64	0.68	0.68	0.65	0.62
Citricos	California, zona costera		0.40	0.42	0.52	0.55	0.55	0.55	0.50	0.45
Pastos .....	California, localidad Murrieta			0.84	0.84	0.77	0.82	1.09	0.70	
Papas .....	Dakota del Norte			0.45	0.74	0.87	0.75	0.54		
	Dakota del Sur			0.69	0.60	0.80	0.89	0.39		
Cereales menores	Dakota del Norte		0.19	0.55	1.13	0.77	0.30			
Trigo .....	Texas	0.64	1.16	1.26	0.87					
Sorgo.....	Arizona					0.34	0.72	0.97	0.62	0.60
	Kansas				0.80	0.94	1.17	0.86	0.47	
	Texas				0.26	0.73	1.20	0.85	0.49	
Soya.....	Arizona				0.26	0.58	0.92	0.92	0.55	
	California, zona costera		0.39	0.38	0.36	0.37	0.35	0.38		
	California, interior		0.30	0.60	0.66	0.98	0.91	0.41		
Hortalizas	Montana				0.83	1.05	1.02			
	California, interior	0.19	0.26	0.38	0.55	0.71	0.62	0.69	0.37	0.35

Cuadro 5.7. Coeficientes de uso consuntivo estacional  $K_s$  en la ecuación de Blaney-Criddle, para cosechas irrigadas, en el Occidente de los Estados Unidos.

Cosecha	Longitud de período o estación de cosecha	$K_s$
Alfalfa	Entre heladas	0.80-0.85
Frijoles	3 meses	0.60-0.70
Maíz	4 meses	0.75-0.85
Algodón	7 meses	0.65-0.75
Uño	7-8 meses	0.80
Cereales menores	3 meses	0.75-0.85
Sorgo	4-5 meses	0.70
Cultivos de huertos, cítricos	7 meses	0.50-0.65
Nuez de nogal	Entre heladas	0.70
Pastos	Entre heladas	0.75
Trébol ladino	Entre heladas	0.80-0.85
Papas	3 1/2 meses	0.65-0.75
Aroz	3-5 meses	1.00-1.20
Azúcar de remolacha	6 meses	0.65-0.75
Tomates	4 meses	0.70
Vegetales pequeños	3 meses	0.60

### 5.6.1.6 Fórmula de Turc

Turc estudió datos de 254 hojas hidrográficas de todo el mundo. De acuerdo con Turc:

$$\bar{E} = \frac{\bar{P}}{\left(0.9 + \frac{\bar{P}^2}{[L(t)]^2}\right)^{0.5}} \quad (5.33)$$

en donde:

- $\bar{E}$ : evapotranspiración media anual (mm)  
 $\bar{P}$ : precipitación media anual (mm)  
 $L(t)$ :  $300 + 25t + 0.05t$   
 $t$ : temperatura media anual ( $^{\circ}\text{C}$ )

$$\text{Si } \frac{\bar{P}^2}{[L(t)]^2} \leq 0.1 \Rightarrow \bar{E} = \bar{P}$$

## 5.6.2 Métodos de medida

### 5.6.2.1 Aparatos

#### a. Evaporímetro ordinario

Es un recipiente cilíndrico de eje vertical abierto hacia la atmósfera, que puede estar enterrado o no.

Contiene agua en estado líquido. La disminución del nivel de agua mide el cociente  $V/A$ ;  $V$  es el volumen de agua que se evaporó en un intervalo de tiempo determinado y  $A$  el área de la sección recta del recipiente.

Dado que la densidad del agua en el estado líquido es prácticamente constante, el evaporímetro mide, por consiguiente, el cociente  $m/A$ ;  $m$  es la masa del volumen  $V$ , y  $\rho$  la densidad del agua, en la siguiente ecuación:

$$\frac{V}{A} = \frac{1}{\rho} \frac{m}{A} \quad (5.34)$$

Uno de los evaporímetros más utilizados en el mundo occidental es el Tanque Clase A, desarrollado por el U.S. Weather Bureau. La figura 5.9 presenta sus características principales.

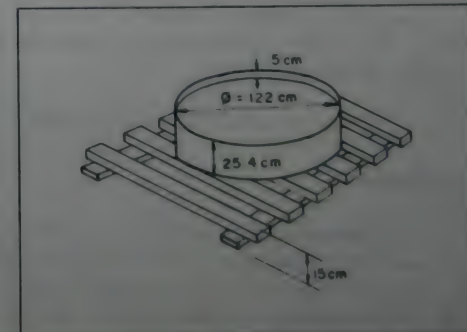


Figura 5.9. Tanque Clase A USWB.

La constante evaporimétrica  $k$  es la constante de este aparato para pasar información a evaporación de un embalse.

$$E_{\text{embalse}} = k E_{\text{tanque}} \quad (5.35)$$

En general,  $k$  varía entre 0.7 y 0.85



## b. Atmómetros

Son evaporímetros cuya superficie es porosa y está embebida en agua. El de Piché es el más usado.

Los principales problemas de los evaporímetros es que alteran las condiciones físicas del ambiente en el sitio de localización. Dan valores que no describen la transferencia natural del vapor de agua hacia la atmósfera, dado que corresponden al caso especial en que la superficie evaporante es agua líquida o está embebida en agua líquida.

### 5.6.2.2 Método de balance hídrico

#### a. Descripción

Se utiliza para este método el llamado evapotranspirómetro, inicialmente desarrollado por Thornthwaite.

Consiste esencialmente en un tanque enterrado, cuya superficie y área adyacente está empradizada. El tanque se llena en el fondo con una capa de grava de 10 cm, y encima con suelo de la región tamizado, según los perfiles originales del terreno. Sobre la superficie del terreno se siembra el tipo de vegetación o cosecha que se desee investigar.

Del fondo del tanque sale una tubería que termina en un subterráneo, donde es hecha la medida del agua drenada a través de un vaso graduado. El mínimo recomendado es de 3 unidades de evapotranspirómetros, para así obtener una idea del valor medio de la grandeza hidrológica que se va a medir.

#### b. Obtención de evapotranspiración

Con los datos del agua drenada por la tubería y medida diariamente, y de los datos de irrigación y precipitación sobre el tanque, se calcula la evapotranspiración por períodos.

Estos períodos son obtenidos observando cada vez que el drenaje de agua por la tubería llega a ser menor de un litro por día, valor con el cual se supone que el suelo está próximo a la capacidad de campo; esta característica se define como la máxima cantidad de agua que puede ser retenida contra la fuerza de gravedad (capacidad de sostenimiento de agua en el suelo en la zona no saturada). Generalmente se pueden obtener períodos de 7 a 10 días.

E: evapotranspiración

P: precipitación (se debe tener un pluviómetro instalado cerca), en lt/período

I: irrigación, en lt/período

D: drenaje de agua por la tubería, en lt/período

A: área del tanque, en m<sup>2</sup>

Basta, entonces, dividir entre el número de días del período para así obtener la evapotranspiración media diaria.

La irrigación periódica debe ser llevada a cabo cuando hay falta de lluvia.

$$E = \frac{P + I - D}{A} \quad (\text{mm/período}) \quad (5.36)$$

# **CAPITULO 6**

***Escorrentía  
superficial***



## 6.1 GENERALIDADES

**E**la escorrentía superficial es el fenómeno más importante desde el punto de vista de ingeniería, y consiste en la ocurrencia y el transporte de agua en la superficie terrestre.

La mayoría de los estudios hidrológicos están ligados al aprovechamiento del agua superficial y a la protección contra los fenómenos provocados por su movimiento.

De la precipitación que alcanza el suelo, parte queda retenida ya sea en depresiones o como película en torno a partículas sólidas. Del excedente de agua retenida, parte se infiltra y parte escurre superficialmente. Se define como exceso de precipitación la precipitación total caída al suelo menos la retenida e infiltrada.

Puede ocurrir que el agua infiltrada venga, posteriormente, a aflorar en la superficie como fuente de una nueva escorrentía superficial.

La escorrentía superficial comprende el exceso de la precipitación que ocurre después de una lluvia intensa y se mueve libremente por la superficie del terreno, y la escorrentía de una corriente de agua, que puede ser alimentada tanto por el exceso de precipitación como por las aguas subterráneas.

### 6.1.1 Factores que influyen en la escorrentía superficial

Estos factores pueden ser de naturaleza climática (relacionados con la precipitación), de naturaleza fisiográfica (ligados a las características físicas de la hoya) y de naturaleza humana (relacionados con la intervención humana).

### 6.1.1.1 Factores climáticos

#### a. Intensidad de precipitación

Cuanto mayor es la intensidad de precipitación más rápido el suelo colma su capacidad de infiltración, y se provoca un exceso de precipitación que escurrirá superficialmente.

#### b. Duración de la precipitación

La duración de la precipitación es directamente proporcional a la escorrentía superficial: para lluvias de intensidad constante habrá mayor oportunidad de escorrentía superficial cuanto mayor haya sido su duración.

#### c. Precipitación antecedente

Una precipitación que ocurre cuando el suelo está húmedo debido a una lluvia anterior, tendrá mayor facilidad de convertirse en escorrentía superficial.

### 6.1.1.2 Factores fisiográficos

#### a. Área

La extensión del área está directamente relacionada con la mayor o menor cantidad de agua de escorrentía superficial que la hoya puede generar.

#### b. Permeabilidad

Influye directamente en la capacidad de infiltración. Cuanto más permeable sea el suelo, mayor será la cantidad de agua que puede absorber, disminuyéndose así la ocurrencia de exceso de precipitación.

### 6.1.1.3 Factores humanos

#### a. Obras hidráulicas construidas en la hoya

Es el caso, por ejemplo, de una presa, que al acumular agua en un embalse reduce los caudales máximos de la escorrentía superficial y retarda su propagación.

#### b. Rectificación de ríos

Se puede rectificar un río y esto aumenta la velocidad de la escorrentía superficial en el tramo rectificado.

### 6.1.2 Variables que caracterizan la escorrentía superficial

#### 6.1.2.1 Caudal, $Q$

El caudal, definido como el volumen de escorrentía superficial por unidad de tiempo,  $Q = V/t$ , es la principal variable que caracteriza la escorrentía superficial. Se expresa en  $m^3/s$  o  $l/s$ .

##### - Caudal específico, $q$

Se define como el caudal  $Q$  dividido por el área de drenaje  $A$  de la hoya. Se expresa en  $m^3/s/km^2$  ó  $l/s/km^2$ .

Sirve como elemento comparativo entre hoyas.

$$q = Q/A$$

##### - Caudales máximos, medios y mínimos

Es común tener como datos que caracterizan a una hoya los caudales máximos, medios y mínimos en intervalos de tiempo determinados, como hora, día, mes y año.

#### 6.1.2.2 Coeficiente de escorrentía superficial, $C$

Es la relación entre el volumen de agua de escorrentía superficial total y el volumen total de agua precipitado, en un intervalo de tiempo determinado.

$$C = \left( \frac{V_{\text{escorrentía superficial}}}{V_{\text{precipitado total}}} \right)_{\text{intervalo de tiempo}} \quad (6.1)$$

Este coeficiente se puede definir como relativo a una lluvia aislada o a un intervalo de tiempo en donde ocurren varias lluvias. Se debe aclarar que conociendo el coeficiente de escorrentía para una determinada lluvia con cierta intensidad y cierta duración en un área dada, se puede determinar la escorrentía superficial de otras precipitaciones de intensidades diferentes, desde que la duración de la lluvia sea la misma.



### 6.1.2.3 Tiempo de concentración, $t_c$

Es el tiempo que la lluvia que cae en el punto más distante de la corriente de agua de una hoya toma para llegar a una sección determinada de dicha corriente. El tiempo de concentración mide el tiempo que se necesita para que toda la hoya contribuya con escorrentía superficial en una sección considerada. Se mide en minutos u horas.

### 6.1.2.4 Período de retorno, $T$

Es el período de tiempo promedio, en años, en que un determinado evento (en este caso caudal), es igualado o superado por lo menos una vez.

### 6.1.2.5 Nivel de agua, $h$

Es una de las medidas más fáciles de determinar sobre una corriente de agua. Se expresa en metros o centímetros y se refiere a la altura alcanzada por el nivel de agua en relación con un nivel de referencia, tal como se presenta esquemáticamente en la Figura 6.1.

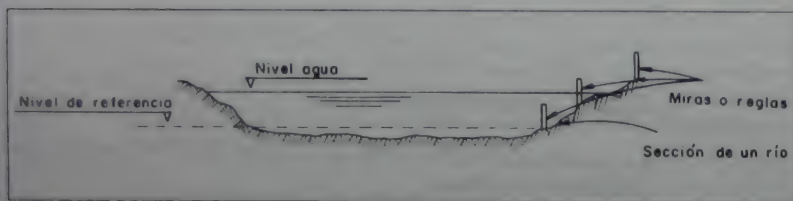


Figura 6.1. Estación limnométrica en una corriente de agua

Una creciente se define como una elevación normal del nivel de agua dentro del lecho de la corriente de agua. Una inundación se define como una elevación no usual del nivel de agua, que provoca desbordamientos y posibles perjuicios.

## 6.2 HIDROGRAMAS

Se denomina hidrógrafa o hidrograma de caudal, ver Figura 6.2, la representación gráfica de la variación del caudal en relación con el tiempo. El intervalo de tiempo puede variar de horas a años.

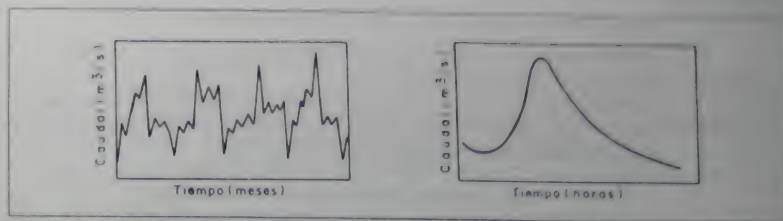


Figura 6.2. Hidrogramas de caudal

En la Figura 6.3 se presenta la variación de nivel de agua medido en una corriente, y determinado por medio de un limnógrafo, o medidor de niveles de agua continuos en el tiempo. Se puede notar que el nivel de agua es proporcional al caudal, y que el primero da una buena idea de la forma del hidrograma.

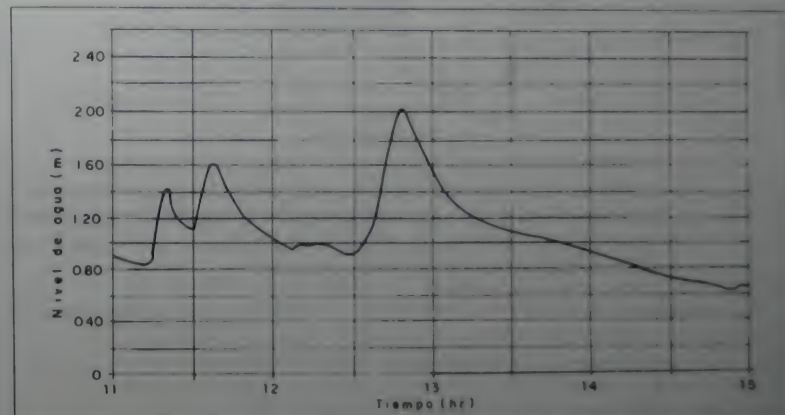


Figura 6.3. Limnigrama histórico de creciente

### 6.2.1 Análisis de hidrogramas de creciente

Aislado picos de hidrogramas de crecientes se puede analizar algunos fenómenos de interés en hidrología. Para esto es necesario conocer tanto el hietograma de lluvia productora en la hoya como el hidrograma de caudal en la sección del curso de agua correspondiente a esta hoya. En general, la manera más fácil de analizar estos fenómenos es tomar un hi-

drograma aislado, producto de una lluvia que cae al suelo después de un periodo no lluvioso de algunos días.

Se definirá, primero que todo, el concepto de precipitación neta o de exceso, en algunos casos denominada precipitación efectiva, para lo cual se supone el hietograma representado en la Figura 6.4.

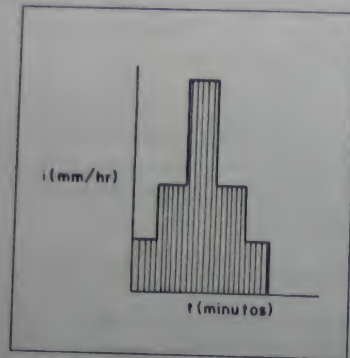


Figura 6.4. Hietograma de lluvia total

Se define como precipitación neta o de exceso, o precipitación efectiva, ver Figura 6.5, la diferencia entre la precipitación total y la infiltración, en un intervalo de tiempo. Es también igual a la cantidad de precipitación que produce escorrentía superficial. En la infiltración se incluyen las pérdidas por interceptación y detención superficial.

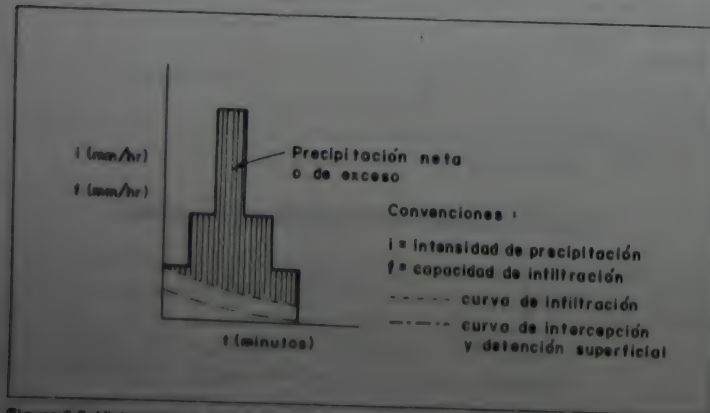


Figura 6.5. Hietograma de precipitación neta o de exceso, o precipitación efectiva

Una vez definido este concepto, se supone que sobre la hoya hidrográfica en consideración ha caído una lluvia como la presentada en el hietograma de la Figura 6.6. Además, en la sección del curso de agua correspondiente a esta hoya se ha presentado un hidrograma como el que también es mostrado en la Figura 6.6, producto de la lluvia mencionada.

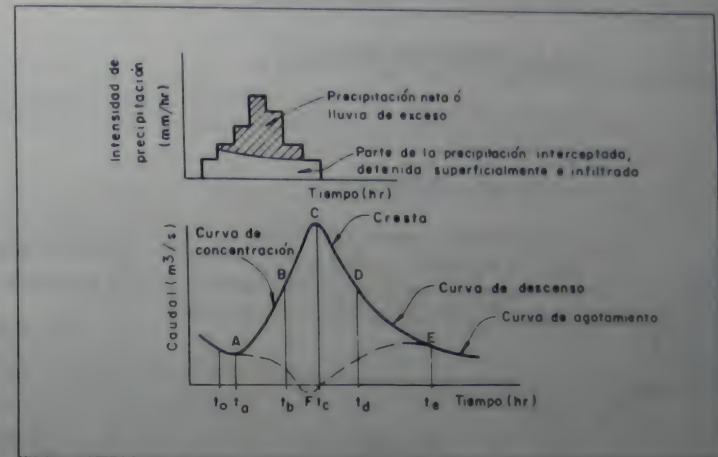


Figura 6.6. Análisis de hidrogramas de creciente

La contribución total de caudal en la sección de la corriente de agua en consideración se debe a:

- Precipitación recogida directamente por la superficie libre de las corrientes de agua de la hoya hidrográfica en el sitio en consideración.
- Escorrentía superficial directa, incluida la escorrentía subsuperficial.
- Escorrentía o caudal base (contribución del nivel de agua subterráneo a la corriente de agua).

El proceso es el siguiente:

#### a. Punto A, donde comienza a aumentar el caudal

Una vez iniciada la precipitación, parte de ésta es interceptada por la vegetación y obstáculos, y retenida en las depresiones hasta llenarlas completamente. Otra parte se infiltra en el terreno, supliendo su deficiencia de humedad. Esta parte corresponde al intervalo de tiempo  $t_0$  a  $t_a$  en el hidrograma.

Una vez excedida la capacidad de infiltración se inicia la escorrentía superficial directa, la cual corresponde al punto A en el hidrograma.



Si el área cubierta por la precipitación contiene la sección de registro del hidrograma, el aumento de caudal comienza a notarse en el mismo instante de iniciación de la lluvia debido al efecto del agua que cae directamente sobre el cauce. Si la lluvia cae sobre un área localizada aguas arriba de la sección de la corriente, deberá transcurrir un tiempo suficiente para que la escorrentía superficial llegue al sitio de registro.

#### b. Punto A - punto B (curva de concentración)

El punto B marca el punto de inflexión; se determina gráficamente y señala el comienzo de la cresta del hidrograma.

En el lapso de tiempo  $t_a$  a  $t_b$  solamente tres componentes del hidrograma están contribuyendo a la alimentación del caudal:

- escorrentía superficial directa
- precipitación directa sobre la corriente
- agua subterránea (caudal base)

#### c. Punto B - punto D (cresta del hidrograma)

El caudal continúa aumentando hasta alcanzar un máximo en el punto C, cuando toda la hoya está contribuyendo. La duración de la lluvia neta o de exceso es menor o igual al intervalo de tiempo  $t_b$  a  $t_c$ . Se considera que desde el punto B hasta el punto D, además de las tres componentes del hidrograma que estaban contribuyendo antes del punto B, está contribuyendo el flujo subsuperficial. La componente que menos contribuye en este intervalo es la precipitación directa sobre la corriente, la cual cesa antes del punto D.

#### d. Punto D - punto E (curva de descenso)

El punto D es un punto de inflexión que marca el comienzo de la curva de descenso del hidrograma. Este punto se localiza gráficamente y señala el momento en que cesa la escorrentía superficial directa. Desde el punto D hasta el punto E el caudal está compuesto exclusivamente por flujo subsuperficial y agua subterránea.

#### e. Punto E (curva de agotamiento)

Punto que indica la terminación de toda escorrentía superficial. A partir de este punto comienza la denominada curva de agotamiento, durante la cual los aportes al caudal de la corriente provienen únicamente de las reservas de agua subterránea.

### 6.2.2 Separación de las componentes del hidrograma

Es necesario separar las componentes de un hidrograma para estudiarlas individualmente debido a que las leyes físicas que las gobiernan son diferentes. Además de la escorrentía superficial directa y la precipitación recogida directamente sobre su superficie, las corrientes de agua reciben una contribución del nivel freático subterráneo, el cual tiene una variación debido a la precipitación que se infiltra.

#### 6.2.2.1 Forma del hidrograma de agua subterránea

Se analizará la variación del nivel freático de la corriente de agua para analizar su contribución al hidrograma de creciente.

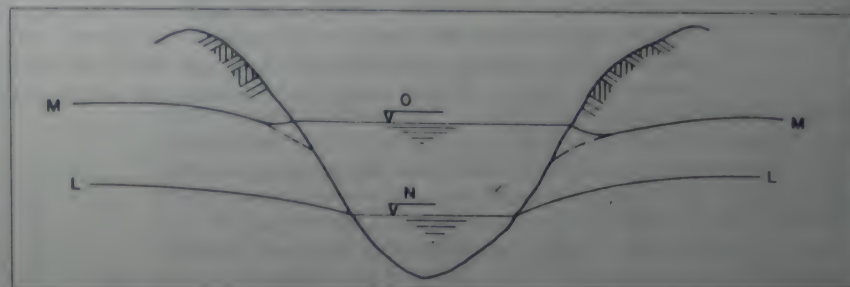


Figura 6.7. Relación entre un curso de agua y el nivel freático.

De acuerdo con la Figura 6.7, al inicio de la precipitación el nivel de agua de la corriente y el nivel freático estaban en las posiciones N y LL respectivamente. Debido al agua infiltrada, posterior a la precipitación y después de suplida la deficiencia de humedad del suelo, el nivel freático crece hasta llegar a la posición MM. Al mismo tiempo, debido a la escorrentía superficial el nivel de agua de la corriente pasa de N a O. En grandes crecientes puede ocurrir una inversión temporal de la escorrentía; es decir que la elevación del curso de agua supera la correspondiente elevación del nivel freático y hace que el agua fluya del río hacia el nivel freático.

En la Figura 6.6 del hidrograma de creciente, la línea que representa la contribución del nivel de agua subterránea al curso de agua es la trazada AFE.

### 6.2.2.2 Métodos más utilizados para la separación de las componentes del hidrograma

La separación del hidrograma en escorrentía superficial directa y en escorrentía base es muy importante para el estudio de las características hidrológicas de una hoya, y para algunos métodos de previsión de crecientes. A pesar de que la línea AFE de la Figura 6.6 sea la más correcta para separar la escorrentía superficial directa de la escorrentía base, es de muy difícil determinación. Para fines prácticos, entre otros, se utilizan los siguientes métodos:

#### a. Método de la línea recta

Es el más elemental de todos; consiste en unir con una línea recta los puntos A, de comienzo de incremento del caudal del hidrograma, y E, de comienzo de la curva de agotamiento. El caudal por debajo de esa línea corresponde al aporte de agua subterránea y el resto a la escorrentía superficial total.

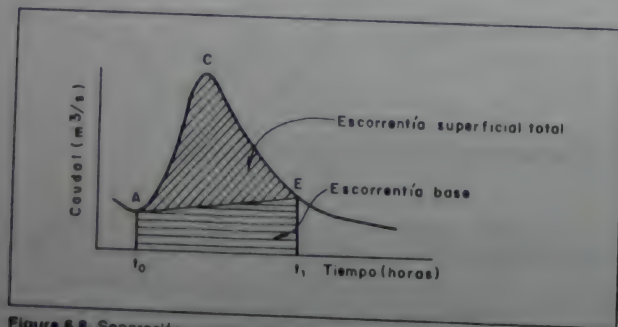


Figura 6.8. Separación componentes hidrograma. Método de la línea recta.

La determinación del volumen de escorrentía superficial total se hace planimetrando el área ACE, teniendo en cuenta las unidades. De la misma manera, la determinación del volumen de escorrentía base se hace planimetrando el área AEt<sub>0</sub>. Una vez conocidos el volumen de escorrentía superficial total y el volumen total de lluvia precipitada, se puede calcular el coeficiente de escorrentía para la duración de la precipitación, de acuerdo con la Ecuación 6.1.

Dividiendo el volumen de escorrentía superficial total por el área de drenaje de la hoya, se determina la precipitación o lluvia neta o de exceso.

#### b. Método de las dos líneas rectas

Consiste en trazar una prolongación de la curva de agotamiento anterior al comienzo de la creciente en consideración, y prolongarla hasta cortar la vertical trazada en la abscisa correspondiente al caudal pico del hidrograma. El punto así determinado se une mediante una recta con el punto E de comienzo de la curva de agotamiento del hidrograma en consideración.

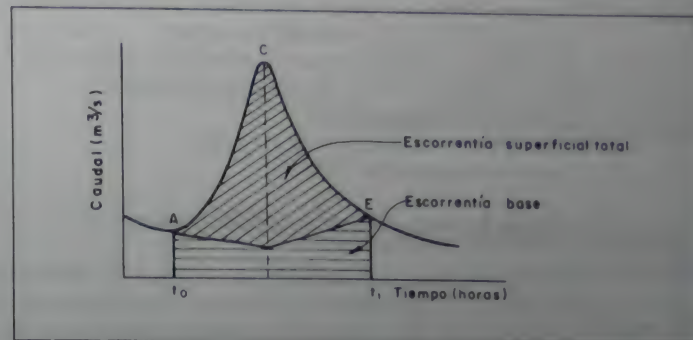


Figura 6.9. Separación componentes hidrograma. Método de las dos líneas rectas.

#### c. Método de la línea curva

Algunos autores prefieren reemplazar las dos rectas del caso anterior por una curva suave que se inicie tangente a las curvas normales de agotamiento antes y después del hidrograma de creciente considerado.

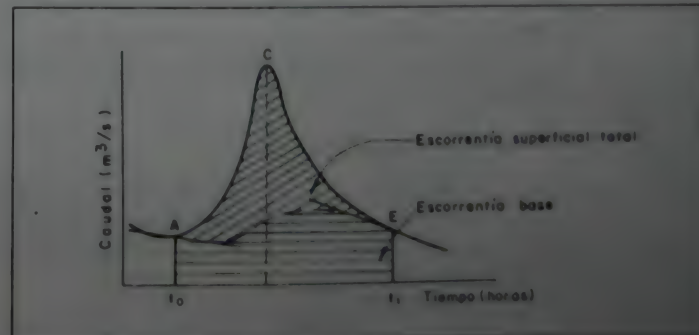


Figura 6.10. Separación componentes hidrograma. Método de la línea curva.



### 6.2.2.3 Determinación del punto E de inicio de la curva de agotamiento

#### a. Método visual

El procedimiento menos preciso consiste en localizar el punto E de manera visual, mediante la observación de la parte de las curvas de descenso y agotamiento del hidrograma. Normalmente, el punto E se toma en el punto de máxima curvatura de las curvas, de tal manera que el periodo de tiempo entre el punto C (pico del hidrograma) y el punto E es siempre igual a un número entero de días u horas, según el tamaño de la hoya.

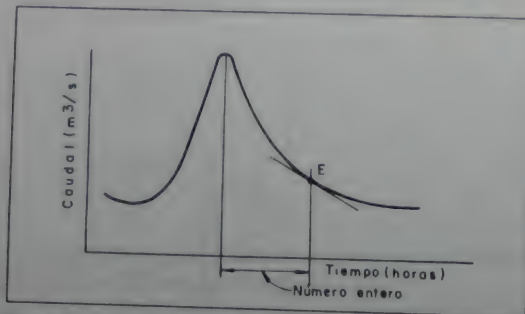


Figura 6.11. Determinación inicio curva de agotamiento. Método visual.

#### b. Método de la curva normal de agotamiento

En casos de hoyas hidrográficas con datos históricos de hidrogramas de creciente, este método da buenos resultados. Esta curva se dibuja superponiendo la parte de las curvas de descenso y agotamiento de varios hidrogramas registrados en la misma sección de la corriente de agua en consideración.

El método para desarrollar tal curva consiste en empalmar las secciones de descenso y agotamiento de varios hidrogramas registrados, hasta obtener una curva compuesta que cubra la gama necesaria de valores de caudal, según se ve en la Figura 6.12.

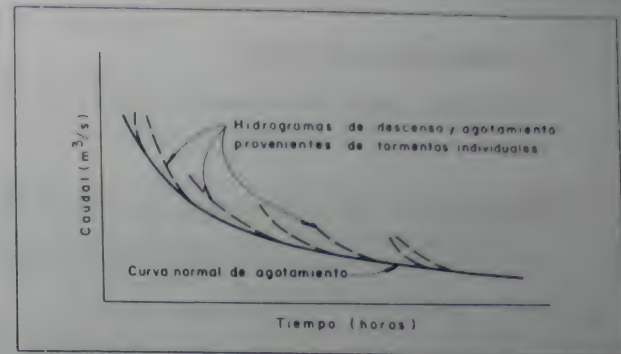


Figura 6.12. Determinación inicio curva de agotamiento. Trazado de la curva normal de agotamiento

La curva normal de agotamiento definida se superpone al hidrograma de creciente que se está analizando, corriéndola de derecha a izquierda hasta lograr un punto en que las curvas de descenso y agotamiento del hidrograma que se está considerando y la curva normal de agotamiento coincidan. El punto E del inicio de la curva de agotamiento del hidrograma analizado será aquel en el cual las dos curvas se separen cuando se recorre de derecha a izquierda la curva normal de agotamiento en relación con la curva de agotamiento del hidrograma histórico.

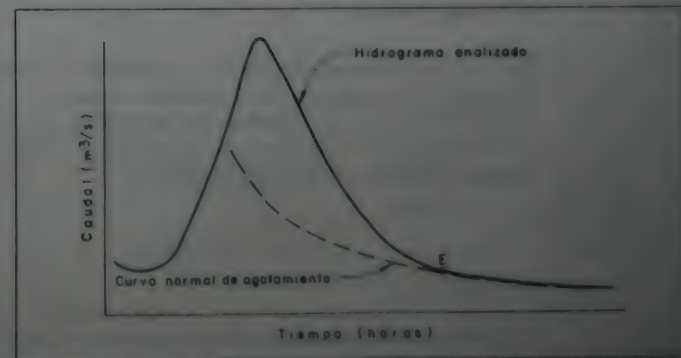


Figura 6.13. Determinación inicio curva de agotamiento. Método de la curva normal de agotamiento

### c. Método empírico de Linsley

Este método empírico fue propuesto por Linsley para cuencas pequeñas.

$$N = 0.827 A^{0.2} \quad (6.2)$$

N: tiempo entre el pico del hidrograma y el punto E del inicio de la curva de agotamiento, días

A: área de drenaje de la hoya hasta el sitio en consideración, km<sup>2</sup>

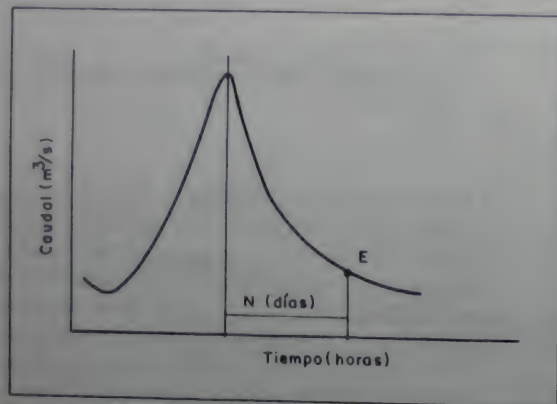


Figura 6.14. Determinación inicio curva de agotamiento. Método empírico de Snyder.

### d. Método gráfico

Este método consiste en dibujar en papel semilogarítmico la curva de descenso y agotamiento. Es conveniente cuando la curva comprendida entre D y E, o curva de descenso (de flujo subsuperficial y agua subterránea combinados), y la curva de agotamiento, pueden representarse en forma matemática por ecuaciones del tipo:

$$Q = Q_0 e^{-K(t-t_0)} \quad (6.3)$$

en donde:

Q: ordenada del hidrograma de creciente para el tiempo t

Q<sub>0</sub>: ordenada del hidrograma de creciente para el tiempo t<sub>0</sub> anterior a t

K: una constante que depende de la hoya y es diferente para la curva de descenso y para la curva de agotamiento.

Tomando logaritmos a ambos lados de la fórmula anterior:

$$\log Q = \log Q_0 - K(t - t_0) \log e \quad (6.4)$$

$$\log Q = \log Q_0 - 0.43 K(t - t_0) \quad (6.5)$$

$$0.43 K(t - t_0) = \log Q_0 - \log Q = \log \left( \frac{Q_0}{Q} \right) \quad (6.6)$$

$$K = \frac{\log \left( \frac{Q_0}{Q} \right)}{0.43 (t - t_0)} \quad (6.7)$$

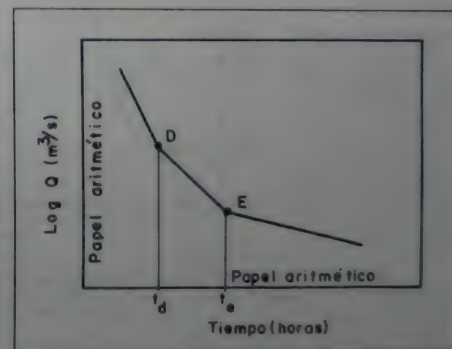


Figura 6.15. Determinación inicio curva de agotamiento. Método gráfico.

Para la curva de descenso DE,  $K = K_1$ . Para la curva de agotamiento desde el punto E,  $K = K_2$ . El valor de  $K_1$  es diferente del de  $K_2$ .

El punto de corte de ambas curvas (punto E) corresponde al inicio de la curva de agotamiento.

Cuando las curvas de descenso y agotamiento definidas no siguen la ley exponencial es imposible dibujar las dos rectas, con pendientes respectivas de  $0.43 K_1$  y  $0.43 K_2$ . Esto ocurre especialmente con cuencas grandes e irregulares, y con suelos de características diferentes.



### 6.2.3 Curva de agotamiento de agua de un acuífero

Como se mencionó anteriormente, la parte de la curva desde el punto E del hidrograma de la Figura 6.6 se denomina curva de agotamiento de agua en el suelo o de un acuífero.

La ecuación de la curva de agotamiento, de utilidad para el estudio de crecientes, puede ser deducida considerando la siguiente hipótesis simplificada: la variación, con el tiempo, del caudal en el acuífero es proporcional al propio caudal de la escorrentía base, así:

$$\frac{dQ}{dt} = -KQ \quad (6.8)$$

K, como se dijo en la Ecuación 6.3, es una constante para el acuífero o la hoya hidrográfica en particular.

$$\frac{dQ}{Q} = -K dt$$

Integrando,

$$\ln \left( \frac{Q}{Q_0} \right) = -K(t - t_0)$$

Donde  $Q_0$  es el caudal en el punto E del hidrograma, o inicio de la curva de agotamiento, origen del conteo del tiempo ( $t = t_0$ )

$$Q = Q_0 e^{-K(t - t_0)} \quad (6.9)$$

### 6.2.4 Clasificación de crecientes

El Cuadro 6.1 presenta la clasificación de crecientes de las corrientes de agua, según Horton, lo cual es de mucha utilidad para el entendimiento de los fenómenos relacionados con la precipitación, la infiltración y la escorrentía superficial. Los gráficos del Cuadro 6.1 se refieren a la cresta descendente y a las curvas de descenso y agotamiento de un hidrograma de crecient.

En los tres casos en que aparecen, las crecientes tipo 1 a 3 son debidas a las diferencias entre las proporciones de aumento del caudal y del agotamiento de agua en el suelo en un intervalo de tiempo. Si esa diferencia es negativa, la recta mn es descendente (a); si es positiva mn es ascendente (c); finalmente la recta mn es horizontal (b) si las proporciones de aumento del caudal y agotamiento de agua en el suelo son iguales.

## 6.3 MEDIDAS DE CAUDALES

### 6.3.1 Vertederos

#### a. Corrientes de agua muy pequeñas

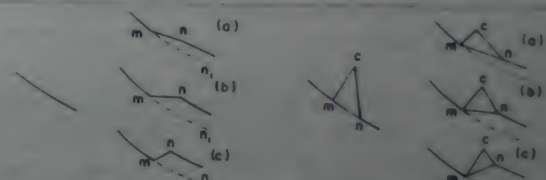
Normalmente se utiliza un vertedero triangular de pared delgada, con el fin de obtener una mejor precisión en la medida del caudal. Por ejemplo, el vertedero tipo Thomson tiene la siguiente ecuación:

$$Q = 1.4 H^{3/2} \quad (6.10)$$

Q: Caudal, m<sup>3</sup>/s

H: lámina de agua sobre el vertedero, m.

Cuadro 6.1. Clasificación de crecientes de cursos de agua según Horton



TIPO	0	1	2	3
Intensidad de lluvia (1)	< I (1)	< I	> I	> I
Deficiencia de humedad del suelo DHS (2)	> P (3)	< P	> F (4)	< F
Escorrentía superficial $Q_s$	Ninguna	Ninguna	(5) $Q_s = P - F$	$Q_s = P - F$
Incremento del nivel freático	Ninguno	P - DHS	Ninguno	F - DHS
Aumento de escorrentía superficial o incremento del nivel freático	Ninguno	Incremento del nivel freático solamente	Solamente escorrentía superficial	Aumento de escorrentía superficial e incremento nivel freático

#### NOTAS

- (1) I: capacidad de infiltración
- (2) DHS: Ver definición Capítulo 4, parágrafo 2
- (3) P: Precipitación total
- (4) F: Infiltración total
- (5)  $P_e$ : Precipitación efectiva = (1 - I) A t

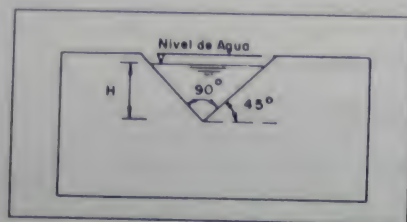


Figura 6.16. Medición de caudales. Vertedero triangular tipo Thomson. Sección transversal.

### b. Corrientes de agua pequeñas

Se puede utilizar un vertedero rectangular de pared delgada, tipo Francis, por ejemplo.

$$Q = 1.838 (L - \frac{2H}{10}) H^{3/2} \quad (6.11)$$

en donde:

H: altura de lámina de agua por encima del vertedero, medida aguas arriba de éste, a una distancia aproximadamente 6H, m  
L: ancho del vertedero, m  
Q: caudal, m<sup>3</sup>/s.

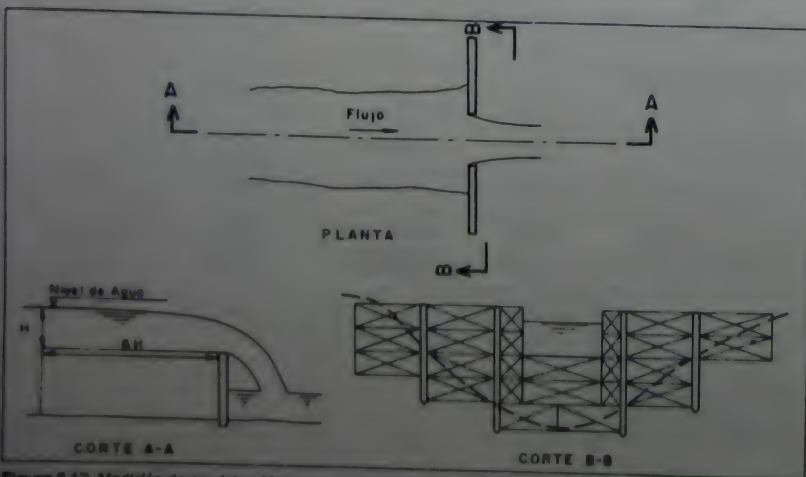


Figura 6.17. Medición de caudales. Vertedero rectangular tipo Francis.

### 6.3.2 Molinetes

Se utilizan para corrientes de agua de medianas a grandes, donde la instalación de vertederos no es práctica. En este método se utiliza la medida de la velocidad de la corriente para el cálculo del caudal.

El molinete es un aparato que da la velocidad local del agua a través de la medida del número de revoluciones de la hélice. Básicamente consiste en una serie de cazoletas que, impulsadas por la velocidad del agua, giran alrededor de un eje al cual transmiten un movimiento circular; un sistema eléctrico permite contar el número de revoluciones (N) por unidad de tiempo, y este valor se relaciona con la velocidad del agua (V) que se quiere hallar, con una ecuación de la forma:

$$V = a + bN \quad (6.12)$$

en donde a y b son constantes para cada molinete.

El principio del método es el siguiente:

- Se divide la sección transversal del río en un cierto número de verticales para el levantamiento del perfil de las velocidades.
- Se determina en cada vertical el perfil de las velocidades por medio del molinete.
- Se halla la velocidad media de cada perfil.
- El caudal será la sumatoria del producto de cada velocidad media por su área de influencia.

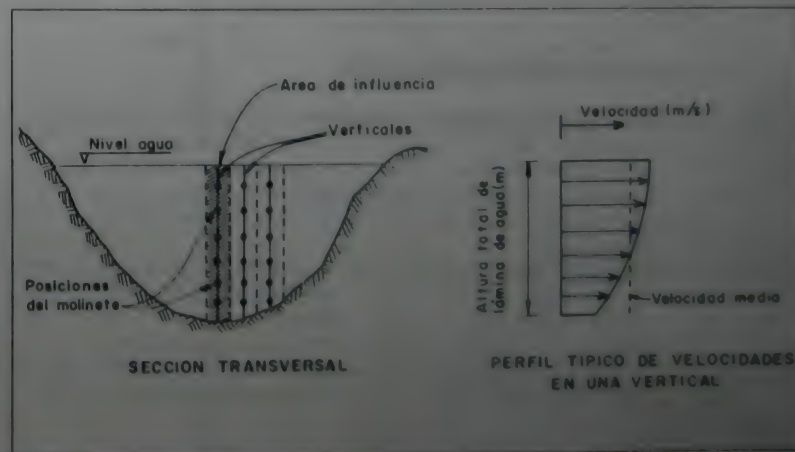


Figura 6.18. Método de aforo de caudal líquido en una corriente de agua por medio de molinete.



En los casos de ríos con pequeña profundidad, usualmente se adopta una de las dos siguientes hipótesis simplificantes:

- La velocidad media en la vertical es igual al promedio de las velocidades medias a 0.2 y a 0.8 de la profundidad total de la lámina de agua, medida a partir de la superficie del agua.
- La velocidad media en la vertical es igual a la velocidad medida a 0.6 de la profundidad total de la lámina de agua, medida a partir de la superficie del agua.

### 6.3.3 Curva de calibración de caudales líquidos

Una vez que la sección de control para medición de caudales ha sido escogida, se puede instalar en este sitio una regla limnimétrica o un limnógrafo.

La finalidad de la regla limnimétrica es la de relacionar el nivel de agua en un río con su caudal. El limnógrafo es un aparato que mide la variación continua en el tiempo del nivel de agua en una sección de una corriente. Dicha sección se debe localizar en un trecho de la corriente relativamente estable, rectilíneo y de fácil acceso.

De esta manera se miden, utilizando el molinete, los caudales en el río para varios niveles de agua. Anotando el caudal correspondiente a un nivel de agua, se puede construir una curva de calibración, que relaciona el nivel de agua en un determinado momento de la sección con su caudal respectivo.

La curva de calibración normalmente debería estar representada por una ecuación del tipo:

$$Q = a h^n \quad (6.13)$$

en donde:

Q: caudal, m<sup>3</sup>/s  
h: lectura de mira, m  
a y n: constantes para cada sección.

Sin embargo, debido al hecho de que el cero de la regla limnimétrica no resulta siempre exactamente en el punto en el cual el caudal o descarga es igual a cero, la curva de calibración puede tener, después del ajuste con los datos de campo, la siguiente ecuación:

$$Q = a (h \pm b)^n \quad (6.14)$$

El valor de b es igual al nivel del cero de la mira sumado o restado al nivel del río para una descarga igual a cero, que puede o no coincidir con el fondo del río. Con los datos de nivel y caudal determinados, las constantes a, b y n pueden ser calculadas por medio del método de mínimos cuadrados, dado que:

$$\log Q = \log a + n \log (h \pm b) \quad (6.15)$$

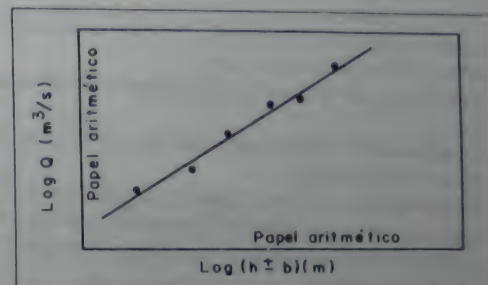


Figura 6.19. Cálculo de la curva de calibración de caudales líquidos en una estación hidrométrica.

Variando el valor de b se hallan valores respectivos de a y n de la ecuación anterior. Adicionalmente se encuentra el respectivo coeficiente de correlación resultante del método de mínimos cuadrados para los datos históricos de nivel h y caudal Q en relación con la ecuación hallada. El valor de b que maximice el valor del coeficiente de correlación se define como el que ajusta mejor la curva de calibración resultante, y sus correspondientes valores de a y n son los definidos para la Ecuación 6.14. Una vez obtenida la ecuación  $Q = a (h \pm b)^n$ , la curva de calibración se presenta de la manera mostrada en la figura 6.20.

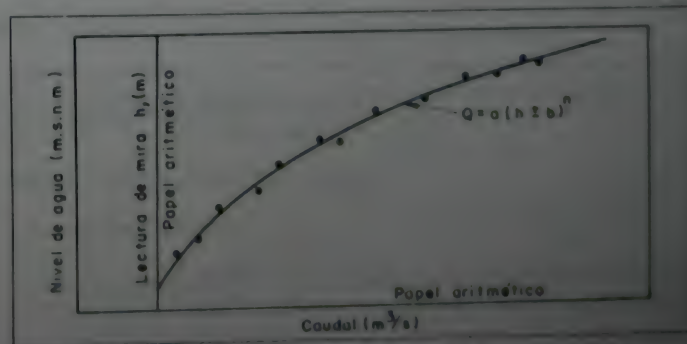


Figura 6.20. Curva de calibración de caudales líquidos en una estación hidrométrica.

### 6.3.4 Establecimiento de estaciones hidrométricas

Una estación hidrométrica sirve para el establecimiento de reglas limnométricas o de un limnógrafo en una sección del río.

Se deben tener en cuenta los siguientes cuidados para el establecimiento de estos puestos:

- Localización en un trecho rectilíneo de la corriente de agua, el más estable posible, y de fácil acceso.
- Velocidades en la sección regularmente distribuidas y no muy reducidas.
- Localización de obras existentes fuera de la zona de ubicación de la estación hidrométrica.
- Responsabilizar de los cuidados de la lectura de las reglas limnométricas o el cambio del papel del limnógrafo a personas de confianza.
- Controlar la exactitud de la curva de calibración y los trabajos del operador.

## 6.4. ESTIMACIÓN DE LA ESCORRENTÍA SUPERFICIAL A TRAVÉS DE LOS DATOS DE LLUVIA

Usualmente la escorrentía superficial que se desea conocer es aquella que resulta de una lluvia capaz de producir una creciente en el curso o corriente de agua.

En general, se puede desear conocer la escorrentía superficial resultante de una lluvia cualquiera.

### 6.4.1 Fórmula racional

De la definición de coeficiente de escorrentía, Ecuación 6.1, se puede escribir:

$$C = \frac{V_{\text{escorrentía superficial total}}}{V_{\text{precipitado total}}} = \frac{V_E}{V_P} = \frac{\frac{V_E}{t}}{\frac{V_P}{t}} \quad (6.16)$$

Ahora bien:

$$\frac{V_E}{t} = Q_E \quad (6.17)$$

y

$$\frac{V_P}{t} = iA \quad (6.18)$$

en donde:

- $Q_E$ : caudal de escorrentía directa  
 $i$ : intensidad de la lluvia  
 $t$ : tiempo de duración de la lluvia  
 $A$ : área de drenaje

Entonces,

$$C = \frac{Q_E}{iA} \quad (6.19)$$

El numerador representa el volumen de escorrentía superficial por unidad de tiempo de duración de la lluvia, y el denominador representa el volumen de lluvia por unidad de tiempo de esta duración:

$$Q_E = CiA \quad (6.20)$$

Al utilizar la fórmula racional, se supone que el caudal  $Q_E$  toma un valor de caudal máximo (pico)  $Q_p$ , cuando, debido a una cierta intensidad de lluvia sobre un área de drenaje, es producido por esa precipitación que se mantiene por un tiempo igual al período de concentración del caudal en el punto en consideración. Teóricamente, éste es el tiempo de concentración, que es el tiempo requerido para que la escorrentía superficial desde la parte más remota de la hoya alcance el punto de interés.

Entonces, el caudal  $Q_p$  correspondiente a una lluvia de intensidad  $i$  sobre un área de drenaje  $A$ , lluvia esta que dure un tiempo tal que toda el área de drenaje contribuya a la escorrentía superficial, siendo  $Q_p$  el caudal máximo de escorrentía superficial, está dado por:

$$Q_p = CiA \quad (6.21)$$

Ahora bien, si

$i$ , está dado en mm/hr

$A$ , en  $\text{Km}^2$ , y

$Q_p$ , en  $\text{m}^3/\text{s}$

$$Q_p = 0.278 CiA \quad (6.22)$$

La aplicación de la fórmula racional depende del conocimiento del coeficiente de escorrentía.

En el Cuadro 6.2 se presentan valores típicos de dicho coeficiente.

Se puede también calcular el valor de  $C$  para una lluvia de características conocidas, siempre y cuando se conozca la respuesta de la hoya en términos del caudal de escorrentía superficial, de acuerdo con la Ecuación 6.1.



Cuadro 6.2. Valores del coeficiente de escorrentía, C

TIPO DE ÁREA DE DRENAJE	COEFICIENTE DE ESCORRENTÍA, C
<b>PRADOS</b>	
Suelos arenosos, planos, 2%	0.05-0.10
Suelos arenosos, promedio, 2-7%	0.15-0.20
Suelos pesados, planos, 2%	0.13-0.17
Suelos pesados, promedio, 2-7%	0.18-0.22
Suelos pesados, pendientes, 7%	0.25-0.35
<b>DISTRITOS COMERCIALES</b>	
Áreas de centro de ciudad	0.70-0.95
Áreas vecinas	0.50-0.70
<b>RESIDENCIAL</b>	
Áreas casas individuales separadas	0.30-0.50
Casas multifamiliares separadas	0.40-0.60
Casas multifamiliares unidas	0.60-0.75
Suburbana	0.25-0.40
Áreas de apartamentos de vivienda	0.50-0.70
<b>INDUSTRIAL</b>	
Áreas livianas	0.50-0.80
Áreas pesadas	0.60-0.90
<b>PARQUES, CEMENTERIOS</b>	0.10-0.25
<b>CAMPOS DE JUEGOS</b>	0.20-0.35
<b>ÁREAS DE PATIOS DE FERROCARRILES</b>	0.20-0.40
<b>ÁREAS NO DESARROLLADAS</b>	0.10-0.30
<b>CALLES</b>	
Asfaltadas	0.70-0.95
Concreto	0.80-0.95
Ladrillo	0.70-0.85
<b>CALZADAS Y ALAMEDAS</b>	0.75-0.85
<b>TECHOS</b>	0.75-0.95

## 6.4.2 Fórmulas empíricas

Estas fórmulas se presentan en el Capítulo 7, que trata de la estimación de crecientes.

## 6.4.3 Hidrograma unitario de una hoya

### 6.4.3.1 Definición

Es el hidrograma de escorrentía superficial total resultante de un volumen unitario de lluvia neta, uniformemente distribuido en espacio y tiempo. La altura  $d$  de la lluvia neta corresponde con la altura de escorrentía superficial total del hidrograma unitario.

$$d \times A = \int_0^t Q_E dt \quad (6.23)$$

en donde

$d$ : lluvia neta total (mm)

$A$ : área de drenaje ( $\text{Km}^2$ )

$Q_E$ : escorrentía superficial total ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$t$ : tiempo del hidrograma unitario de la hoya (hr)

De nuevo, las lluvias netas se suponen de distribución uniforme y de intensidad constante en toda el área de drenaje de la hoya.

### 6.4.3.2 Generalidades

Existen dos suposiciones básicas en la teoría del hidrograma unitario:

- Las variaciones estacionales en las características superficiales de la hoya no se tienen en cuenta. Es decir que se considera que las precipitaciones antecedentes no influyen en la distribución en el tiempo de la escorrentía superficial producida por una lluvia determinada.
- Para calcular la escorrentía superficial producida por cualquier otra lluvia neta, diferente de una lluvia neta unitaria, se supone que el sistema es lineal e invariante en el tiempo.

Con estos principios, Sherman introdujo el denominado hidrograma unitario, el cual es una herramienta útil en la transformación de datos de lluvia en caudal.

#### 6.4.3.2.1 Teoría clásica de linealidad

##### a. Ancho base constante

En una hoya dada, hidrogramas de escorrentía superficial total generados por lluvias de la misma duración tienen el mismo ancho base, sin importar la intensidad de lluvia neta.

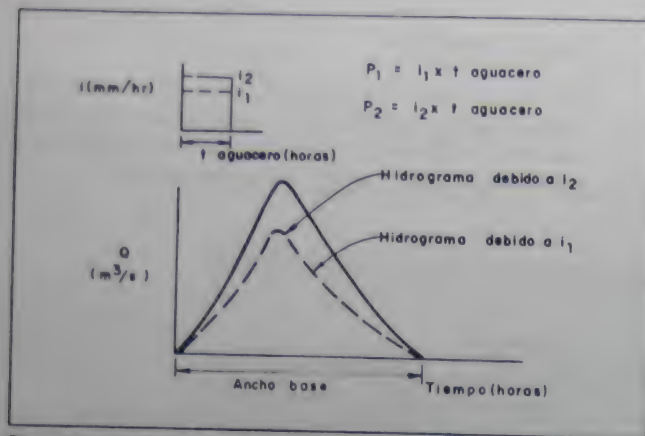


Figura 6.21. Teoría clásica de linealidad. Ancho base constante.

### b. Linearidad

En una hoya dada, los caudales de los hidrogramas de escorrentía superficial son proporcionales a las alturas de lluvia neta productoras de tales hidrogramas, para lluvias de la misma duración. Esto es válido para cualquier tiempo  $t$ , de los hidrogramas.

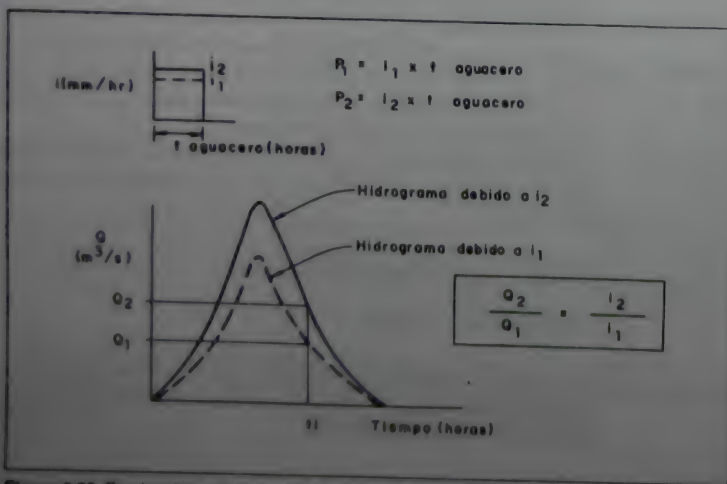
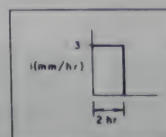


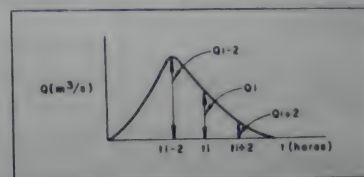
Figura 6.22. Teoría clásica de linealidad. Principio de linealidad.

### c. Superposición

Es una consecuencia de los dos anteriores postulados. Los caudales del hidrograma resultante de escorrentía superficial total, producido por lluvias netas sucesivas, pueden ser hallados añadiendo los caudales de los hidrogramas de escorrentía superficial total producidos por lluvias netas individuales, tomando en cuenta los tiempos en que ocurren tales lluvias. En el ejemplo presentado en la Figura 6.23 se ilustra este principio.

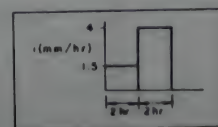


$$P = 3 \times 2 = 6 \text{ mm.}$$



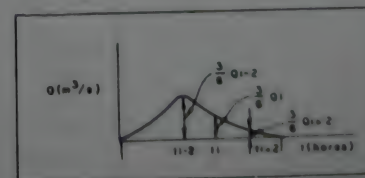
Hidrograma de escorrentía superficial total producido por una lluvia de intensidad 3 mm/hora y duración de dos horas.

Encontrar el hidrograma resultante de escorrentía superficial para la siguiente lluvia neta:

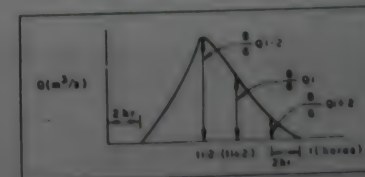


$$P_1 = 1.5 \times 2 = 3 \text{ mm}$$

$$P_2 = 4 \times 2 = 8 \text{ mm}$$



Hidrograma de escorrentía superficial total producido por una lluvia de intensidad 1.5 mm/hr y duración de 2 horas.



Hidrograma de escorrentía superficial total producido por una lluvia de intensidad 4 mm/hr y duración de 2 horas.



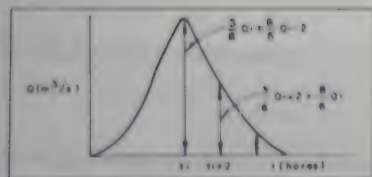


Figura 6.23 Teoría clásica de linealidad. Principio de superposición.

Hidrograma resultante de escorrentía superficial total producido por una lluvia de intensidad 1.5 mm/hr y duración de 2 horas, seguida por una lluvia de intensidad 4 mm/hr y duración de 2 horas.

#### 6.4.3.2.2 Hidrogramas unitarios producidos por una lluvia neta de 1 mm de altura

La definición del hidrograma unitario, acoplado a las tres proposiciones del numeral anterior, da la posibilidad de considerar este hidrograma como una característica de la hoya.

Dado el hidrograma unitario producido por una lluvia neta de intensidad uniforme con cierta duración, se pueden calcular las ordenadas del hidrograma de escorrentía superficial correspondiente a otra lluvia neta de intensidad uniforme y de duración igual a la de aquella productora del hidrograma unitario (normalmente adoptada igual a la duración crítica para el cálculo de hidrogramas de creciente, cuya definición se verá en el numeral 6.4.3.5 de este capítulo).

La lluvia neta productora del hidrograma unitario normalmente se expresa igual a 1 mm de altura de agua sobre toda la hoya. En todos los casos, sin embargo, se debe especificar tanto la altura de lluvia neta caída sobre la hoya, como la duración de dicha lluvia productora del hidrograma unitario específico.

Por el procedimiento presentado en el numeral 6.4.1. de este capítulo, se puede determinar, conocidos el volumen de escorrentía superficial total resultante de un hidrograma de creciente y el volumen total de lluvia caída sobre la hoya, el coeficiente de escorrentía.

Si se define  $Q_u$  como el caudal de escorrentía superficial correspondiente al hidrograma unitario producido por una lluvia neta de 1 mm y de duración específica, y  $Q_E$  como el caudal de escorrentía superficial correspondiente a un hidrograma de creciente producido por una altura de lluvia neta  $h$  y de la misma duración que la lluvia productora del hidrograma unitario, por los principios enunciados en numerales anteriores, se tiene:

$$V_p = \text{Volumen total precipitado} = h \times A$$

$$V_l = \text{Volumen escorrentía superficial total} = (V_E/V_p)(h \times A)$$

De las Ecuaciones (6.1) y (6.20),

$$Q_E = CiA = C \frac{h}{t} \times A = \frac{V_E h A}{V_p t} = \frac{V_E h A}{(h \times A) t} = \frac{V_E}{t} \quad (6.24)$$

en donde:

$h$ : altura total de lluvia, mm

$A$ : área de drenaje, km<sup>2</sup>

$i$ : intensidad de lluvia, mm/hr

$C$ : coeficiente de escorrentía, valor adimensional

$t$ : tiempo de duración de la lluvia, horas

$$Q_u = CiA = \frac{V_u h}{V_p t} A = \frac{(1 \text{ mm}) h \times A}{(h \times A) t} = \frac{1 \text{ mm}}{t} \quad (6.25)$$

en donde:

$V_u$ : volumen de escorrentía superficial total correspondiente a un hidrograma unitario producido por 1 mm de lluvia neta.

Ahora bien:

$$\frac{Q_u}{Q_E} = \frac{(1 \text{ mm} \times A)/t}{(V_E/V_p)(h \times A/t)} = \frac{1 \text{ mm}}{(V_E/V_p)h}$$

$$Q_u = \frac{1 \text{ mm } Q_E V_p}{V_E h} = \frac{Q_E h A 1 \text{ mm}}{V_E h} \quad (6.26)$$

$$Q_u = \frac{Q_E}{(V_E/A) 1 \text{ mm}} \quad (6.27)$$

$Q_u$  y  $Q_E$  están normalmente expresados en m<sup>3</sup>/s, pero en las fórmulas anteriores se debe tener en cuenta las unidades.

La fórmula significa que las ordenadas del hidrograma unitario resultante  $Q_u$  son iguales a las ordenadas  $Q_E$  de escorrentía superficial del hidrograma de creciente analizado, dividido por una constante igual a  $(V_E/A \times 1 \text{ mm})$ , siendo  $V_E$  el volumen de escorrentía superficial total del hidrograma de creciente analizado. Dicho hidrograma unitario es producido por una lluvia neta de 1 mm de altura y una duración igual a la de la lluvia neta productora del hidrograma de creciente histórico.

### 6.4.3.3 Duración de la lluvia neta

Básicamente, para cada duración de lluvia neta se tiene un hidrograma unitario. El caudal pico de un hidrograma unitario será tanto mayor cuanto menor sea la duración de la lluvia, y el tiempo base de dicho hidrograma será tanto menor como menor sea la duración de esta lluvia.

### 6.4.3.4 Tiempo de retardo de la hoya

Normalmente se utilizan dos definiciones para el tiempo de retardo en la hoya:

a. Tiempo entre el centro geométrico de la distribución de la lluvia neta y el centro geométrico del hidrograma de escorrentía superficial,  $tr_1$ . Se define como centro geométrico de un área cualquiera el valor que divide el área en partes iguales.

b. Tiempo entre el centro geométrico de la distribución de la lluvia neta y el pico del hidrograma de escorrentía, superficial,  $tr_2$ .

Es claro que esta última definición es de más simple de ser aplicación, y que las dos definiciones llevan a valores no muy diferentes.

### 6.4.3.5 Duración crítica de la lluvia neta adoptada en la definición del hidrograma unitario

Normalmente la duración de la lluvia que ha de ser adoptada en la definición del hidrograma unitario es el valor mínimo para el cual toda la hoya contribuye con escorrentía superficial. Si no se conoce esa duración, llamada crítica, se puede adoptar, según Linsley, un cuarto del tiempo de retardo de la hoya.

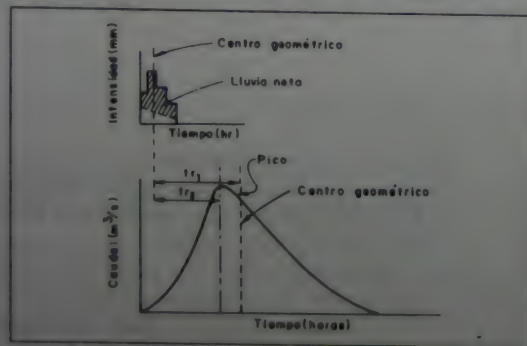


Figura 6.24. Tiempo de retardo de la hoya.

Por otro lado, estudiando las curvas S resultantes de respectivos hidrogramas de escorrentía superficial, se puede determinar la duración crítica de la lluvia neta. El análisis de tales curvas se presentará en el numeral siguiente.

### 6.4.3.6 Curvas S y la transformación de hidrogramas

#### 6.4.3.6.1 Definición

La curva S es el hidrograma de escorrentía superficial, el cual es generado por una lluvia neta continua de intensidad  $i$  constante y duración infinita, según se muestra en la Figura 6.25.

$$Q_{\max} = i \times A$$

(6.28)

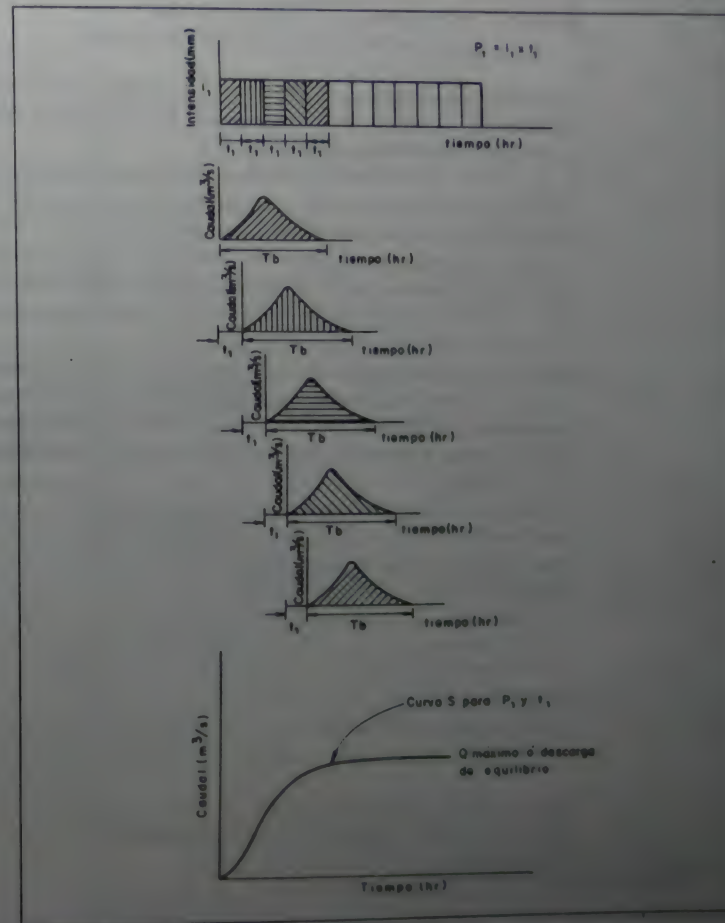


Figura 6.25. Construcción de una curva S



en donde:

- $Q_{\max}$ : descarga de equilibrio de la curva  $S$ ,  $m^3/s$   
 $i$ : intensidad de lluvia neta,  $mm/hr$   
 $A$ : área de drenaje de la hoya,  $km^2$

#### 6.4.3.6.2 Procedimiento

La curva  $S$  puede ser usada para la conversión de un hidrograma unitario producido por una lluvia neta  $P_1$  y duración  $t_1$ , en otro hidrograma unitario producida por otra lluvia neta  $P_2$  de duración  $t_2$ .

La curva  $S$  se construye como la suma de las ordenadas de los hidrogramas unitarios producidos por lluvias netas de intensidad  $i_1$  y duración  $t_1$ , continuos en el tiempo.

Se requiere solamente  $T_b/t_1$  hidrogramas unitarios para conformar una curva  $S$ , siendo  $T_b$  el ancho base del hidrograma unitario.

El procedimiento para la conversión de un hidrograma unitario producido por una lluvia neta  $P_1$  de duración  $t_1$  en otro hidrograma unitario producido por una lluvia neta  $P_2$  de duración  $t_2$  se desarrolla derivando una curva  $S$  (curva  $S_1$ ) del hidrograma unitario conocido (producido por una lluvia neta  $P_1$  de duración  $t_1$ ) y dibujando la misma curva  $S$  (curva  $S_2$ ), la cual se desplaza  $t_2$  horas hacia la derecha. Las diferencias en ordenadas en las mismas verticales son las ordenadas de un hidrograma unitario con una duración de la lluvia neta  $t_2$  y una altura de lluvia neta igual a  $(t_2/t_1) \times P_1$ . El nuevo ancho base del hidrograma unitario será:

$$Tb_2 = Tb_1 - t_1 + t_2 \quad (6.29)$$

Siendo  $Tb_1$  el ancho base del hidrograma unitario correspondiente a una lluvia neta  $P_1$  de duración  $t_1$ .

Para determinar finalmente el hidrograma unitario producido por una lluvia neta  $P_2$  y de duración  $t_2$ , las ordenadas del hidrograma unitario anterior  $U((t_2/t_1) \times P_1, t_2)$  deben ser multiplicadas por la relación  $P_2/((t_2/t_1) \times P_1)$ , y así se obtiene el hidrograma unitario deseado  $U(P_2, t_2)$ .

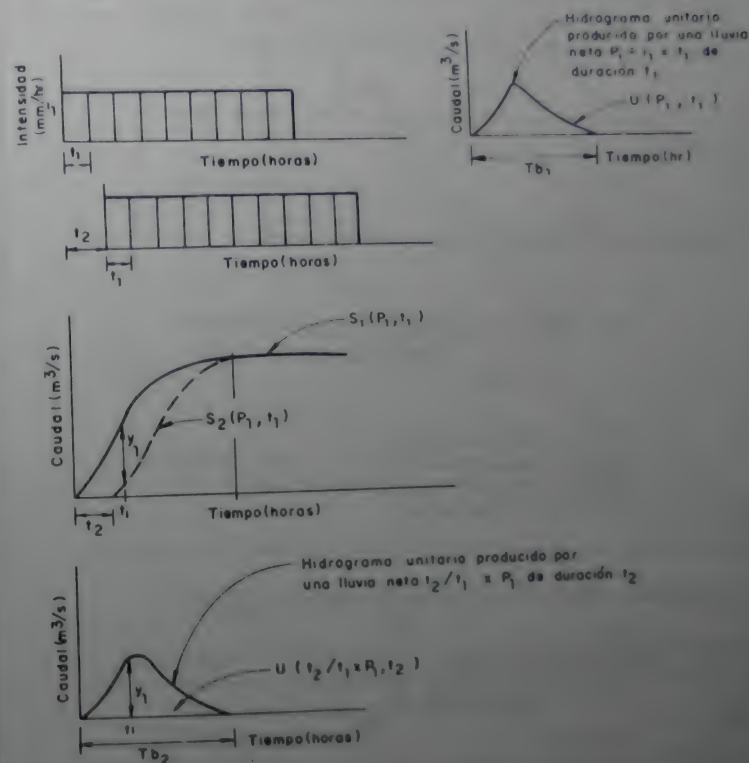


Figura 6.26. Determinación de hidrogramas unitarios por medio de curvas  $S$ .

#### 6.4.3.6.3 Determinación de la duración crítica de la lluvia neta por medio de la utilización de las curvas S

Al determinar hidrogramas unitarios de escorrentía superficial para una hoya específica, se pueden construir curvas S para diferentes duraciones de la lluvia neta. La duración máxima para la cual la curva S no presenta fluctuaciones, principalmente cercana al caudal de equilibrio, corresponde, en general, a la duración crítica de la lluvia neta.

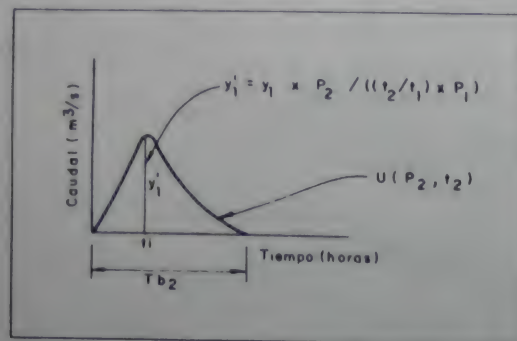


Figura 6.27. Hidrograma unitario  $U(P_2, t_2)$  obtenido por medio de curvas S a partir de un hidrograma unitario  $U(P_1, t_1)$ .

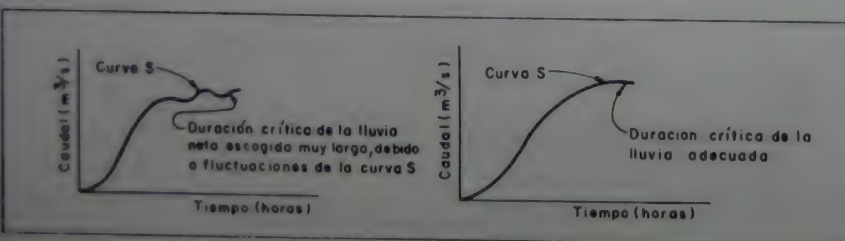


Figura 6.30. Determinación crítica de la lluvia neta utilizando curvas S.

#### 6.4.3.7 Ejemplos de cálculos analíticos de curvas S

A partir de hidrogramas unitarios con cierta duración de la lluvia neta  $t_1$  se pueden deducir curvas S con la misma duración de lluvia neta.

#### 6.4.3.7.1 Caso en que la duración de la lluvia neta $t_1$ es igual al intervalo de tiempo $\Delta t$ para descripción del hidrograma unitario (Caso 1).

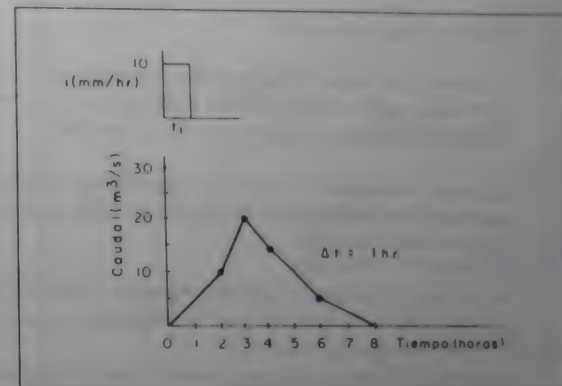


Figura 6.29. Hietograma de lluvia neta e hidrograma unitario Caso 1

Volumen hidrograma unitario =  $243.000 \text{ m}^3$

Área de drenaje =  $24.3 \text{ km}^2$

$$d \times A = \int_0^T Q_F dt = \int_0^T Q_F dt$$

$$d \times 24.3 \text{ km}^2 = 243.000 \text{ m}^3; d = 10 \text{ mm}$$



Cuadro 6.3. Ejemplo de cálculo analítico de curvas S (Caso 1).

l	$t_i$ (1) (hr)	$Q_{Ei}$ (m <sup>3</sup> /s)	Incremento de la curva S, $IS_i$ (m <sup>3</sup> /s)	(2)	Curva S (3) $S_i$ (m <sup>3</sup> /s)
1	0	0			0
2	1	5	0	= 0	5
3	2	10	5+0	= 5	15
4	3	20	10+5+0	= 15	35
5	4	15	20+10+5+0	= 35	50
6	5	10	15+20+10+5+0	= 50	60
7	6	5	10+15+20+10+5+0	= 60	65
8	7	2.5	5+10+15+20+10+5+0	= 65	67.5
9	8	0	2.5+5+10+15+20+10+5+0	= 67.5	67.5
10	9	0	0+2.5+5+10+15+20+10+5+0	= 67.5	67.5
11	10	0	0+0+2.5+5+10+15+20+10+5+0	= 67.5	67.5

## NOTAS

(1) El intervalo de tiempo seleccionado  $\Delta t$  para descripción del hidrograma unitario es igual a  $t_1 = 1$  hr

(2) Incremento de la curva S,

$$IS_i = \sum_{j=1}^{i-1} Q_{Ej}$$

(3)  $S_i = IS_i + Q_{Ei}$

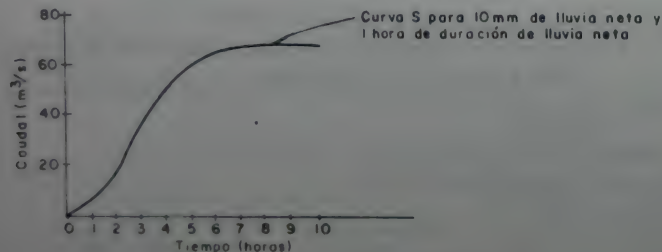


Figura 6.30. Ejemplo de cálculo analítico de curva S (Caso 1).

#### 6.4.3.7.2 Caso en que la duración de la lluvia neta $t_1$ es diferente y mayor del intervalo de tiempo $\Delta t$ para descripción del hidrograma unitario (Caso 2).

El intervalo de tiempo seleccionado del hidrograma unitario  $\Delta t$  debe ser tal que sea lo suficientemente pequeño para detallar toda la forma de dicho hidrograma.

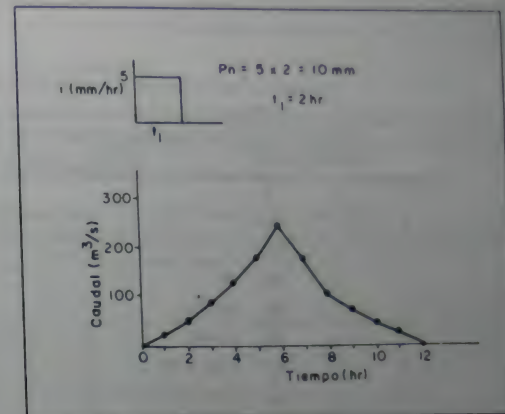


Figura 6.31. Hidrograma de lluvia neta e hidrograma unitario. Caso 2

Volumen hidrograma unitario: 3.960.000 m<sup>3</sup>  
Área de drenaje: 396 km<sup>2</sup>

$$d \times A = \int_0^t Q_E dt = \int_0^{12} Q_E dt$$

$$d \times 396 \text{ km}^2 = 3.960.000 \text{ m}^3 \Rightarrow d = 10 \text{ mm}$$

En el Cuadro 6.4 se presenta el cálculo de esta curva S.

Para hallar curvas S provenientes de hidrogramas unitarios con diferentes duraciones de la lluvia neta  $t_1$  e intervalos de tiempo  $\Delta t$  (para descripción de dichos hidrogramas) se requiere:

- El valor de  $\Delta t$  debe ser siempre menor o igual al valor de  $t_1$ .
- El valor de  $\Delta t$  debe hacerse siempre igual a  $t_1$  o ser un submúltiplo de  $t_1$ .

Cuadro 6.4. Ejemplo de cálculo analítico de curva S (Caso 2).

t	t <sub>i</sub> (1) (hr)	Q <sub>E<sub>i</sub></sub> (m <sup>3</sup> /s)	Incrementos de la curva S, IS <sub>i</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Curva S (2) S <sub>i</sub>
1	0	0		0
2	1	20		20
3	2	50	0	50
4	3	80	20	100
5	4	120	50+0	170
6	5	180	80+20	280
7	6	240	120+50+0	410
8	7	160	180+80+20	520
9	8	100	240+120+50+0	650
10	9	80	160+180+80+20	810
11	10	40	100+240+120+50+0	950
12	11	30	80+160+180+80+20	1080
13	12	0	40+100+240+120+50+0	1220
14	13	0	30+80+160+180+80+20	1350
15	14	0	0+40+100+240+120+50+0	1470

## NOTAS:

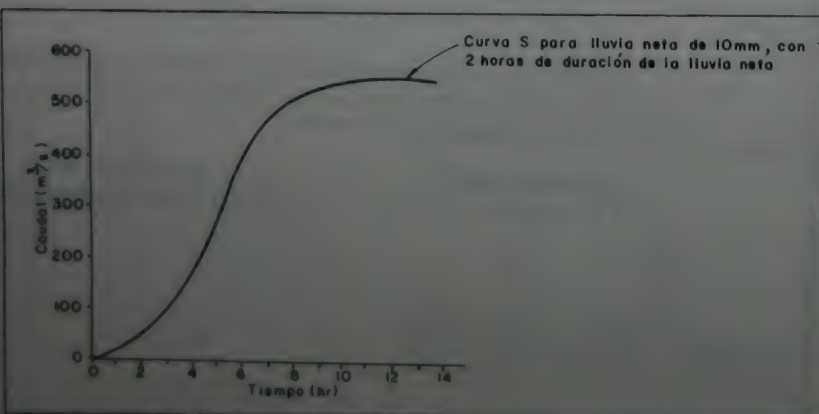
(1) El intervalo de tiempo seleccionado del hidrograma unitario  $\Delta t$  es menor de  $t_1$ (2)  $S_i = IS_i + Q_{E_i}$ 

Figura 6.32. Ejemplo de cálculo analítico de curva S (caso 2).

## 6.4.3.8 Ejemplos de cálculos analíticos de hidrogramas unitarios

## 6.4.3.8.1 Ejemplo 1

Supóngase una hoya hidrográfica con una lluvia neta de 3 cm y de duración de 2 horas sobre toda la hoya, y un hidrograma unitario producido por dicha lluvia en tal hoya, así:

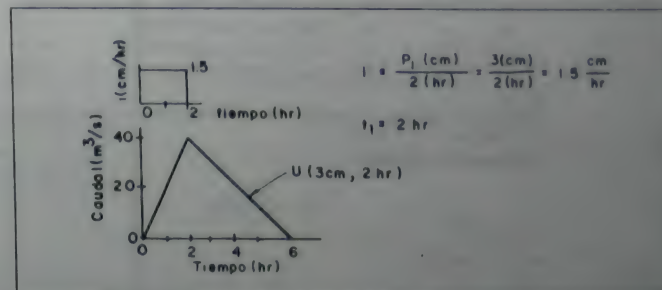


Figura 6.33. Cálculo analítico de hidrogramas unitarios. Ejemplo 1.

- ¿Cuál sería el área de drenaje de tal hoya?
- Determinar el hidrograma unitario producido por una lluvia neta de 15 cm y duración 1 hr sobre la hoya.

## Respuestas

- Cálculo de área de drenaje

$$P_i \times A = \int_0^t Q_E dt \Rightarrow 3 \text{ cm} \times A = 40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{6 \text{ hr}}{2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{40 \text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{6 \text{ hr}}{2} \times \frac{1}{3 \text{ cm}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ hr}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}$$

$$A = 14.4 \text{ km}^2$$

- Determinación de curva S



Cuadro 6.5. Ejemplo 1. Cálculo analítico de hidrograma unitario  
Determinación de curva S

t (hr)	$Q_{E_i}$ ( $m^3/s$ )	Incrementos de la curva S, $\Delta S_i$ ( $m^3/s$ )		Curva S, $S_i$ ( $m^3/s$ )
0	0			0
1	20			20
2	40	0	= 0	40
3	30	20+	= 20	50
4	20	40+	= 40	60
5	10	30+	= 50	60
6	0	20+	= 60	60
7	0	10+	= 60	60
8	0	0+	= 60	60

Para mejor detalle del hidrograma unitario se escogió un valor de tiempo  $\Delta t$  para su descripción igual a 1 hr. Es necesario este tiempo, pues debe ser como mínimo igual al de la duración de la lluvia neta para el nuevo hidrograma unitario.

c. Determinación del hidrograma unitario

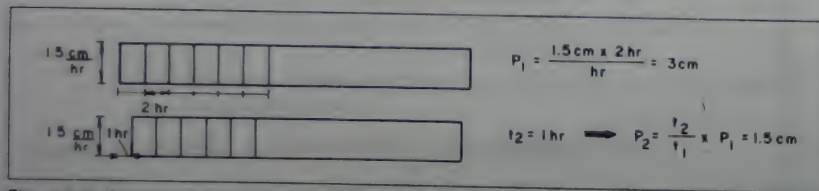


Figura 6.34. Ejemplo 1. Cálculo analítico de hidrogramas unitarios. Hidrogramas continuos de lluvia neta.

Cuadro 6.6. Ejemplo 1. Cálculo analítico de hidrogramas unitarios.

t (hr)	Curva S ( $m^3/s$ )	Curva S desplazada 1 hora ( $m^3/s$ )	Hidrograma unitario (1) P = 1.5 cm y t = 1 hr ( $m^3/s$ )	Hidrograma unitario (2) P = 15 cm y t = 1 hr ( $m^3/s$ )
0	0		0	0
1	20	0	20	200
2	40	20	20	200
3	30	40	10	100
4	20	50	10	100
5	10	60	0	0
6	0	50	0	0
7		40	0	0
8		30	0	0

(1)  $P_2 = (t_2/t_1) \times P_1 = (1 \text{ hr}/2 \text{ hr}) \times 3 \text{ cm} = 1.5 \text{ cm}$

(2) Ordenadas H.U. para  $P = 15 \text{ cm}$  y  $t = 1/\text{hr}$  = (ordenadas H.U. para  $P = 1.5 \text{ cm}$  y  $t = 1 \text{ hr}$ )  $\times 10$

### 6.4.3.8.2 Ejemplo 2

Suponiendo una lluvia neta de 2.5 cm con una duración de 1 hr sobre una hoya, y un hidrograma de escorrentía directa producido por dicha lluvia en tal hoya, así:

- Determinar el área de drenaje de dicha hoya.
- Determinar el hidrograma unitario producido por una lluvia de 3 horas y 15 cm de lluvia neta sobre la hoya.

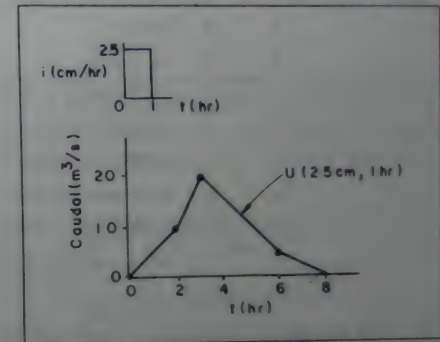


Figura 6.35. Cálculo analítico de hidrogramas unitarios

## RESPUESTAS

- a. Cálculo del área de drenaje

$$P_1 = i \times t_1 = 2.5 \text{ cm/hr} \times 1 \text{ hr} = 2.5 \text{ cm}$$

$$P_1 \times A = \int_0^t Q_E dt = 243000 \text{ m}^3 \Rightarrow A = 9.72 \text{ km}^2$$

- b. Determinación de curva S

Cuadro 6.7. Ejemplo 2. Cálculo analítico de hidrograma unitario.  
Determinación de curva S

t (hr)	$Q_{E_i}$ ( $m^3/s$ )	Incremento de la curva S, $\Delta S_i$ ( $m^3/s$ )		Curva S, $S_i$ ( $m^3/s$ )
0	0			0
1	5	0	= 0	5
2	10	5+0	= 5	15
3	20	10+5+0	= 15	35
4	15	20+10+5+0	= 35	50
5	10	15+20+10+5+0	= 50	60
6	5	10+15+20+10+5+0	= 60	65
7	2.5	5+10+15+20+10+5+0	= 65	67.5
8	0	2.5+5+10+15+20+10+5+0	= 67.5	67.5
9	0	0+2.5+5+10+15+20+10+5+0	= 67.5	67.5
10	0	0+0+2.5+5+10+15+20+10+5+0	= 67.5	67.5

Se escogió, para un mejor detalle del hidrograma unitario, un tiempo  $\Delta t$  para su descripción igual a 1 hora.

Determinación de hidrograma unitario:

$$P_1 = 2.5 \frac{cm}{hr} \times 1 hr = 2.5 cm$$

$$P_2 = \frac{t_2}{t_1} \times P_1 = \frac{3}{1} \times 2.5 = 7.5 cm$$

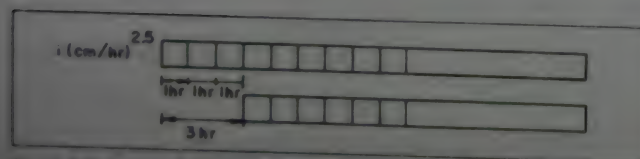


Figura 6.36 Ejemplo 2. Cálculo analítico de hidrograma unitario. Hidrogramas con triángulos de lluvia neta.

Cuadro 6.8. Cálculo analítico de hidrogramas unitarios

t (hr)	Curva S ( $m^3/s$ )	Curva S desplazada 3 horas ( $m^3/s$ )	Hidrograma (1) unitario para $P_1 = 7.5 cm$ y $t_1 = 3 hr$	Hidrograma (2) unitario para $P_2 = 15 cm$ y $t_2 = 3 hr$
0	0		0	0
1	5		5	10
2	15		15	30
3	35	0	35	70
4	50	5	45	90
5	60	15	45	90
6	65	35	30	60
7	67.5	50	17.5	35
8	67.5	60	7.5	15
9	67.5	65	2.5	5
10	67.5	67.5	0	0
11	67.5	67.5	0	0

NOTAS:

(1)  $P_2 = (t_2/t_1) \times P_1 = 7.5 cm$

(2) Ordenadas H.U. para 15 cm y  $t = 3 hr =$  (Ordenadas H.U. para  $P = 7.5 cm$  y  $t = 3 hr$ )  $\times 2$

### 6.4.3.9 Hidrograma unitario sintético - Método de Snyder

Este procedimiento tiene utilidad cuando no se hallan a mano los datos necesarios conjuntos de caudal y precipitación históricos para la deducción del hidrograma unitario de una hoya.

La deducción de los parámetros para definir los hidrogramas unitarios sintéticos se basa en las características geométricas y morfológicas de la hoya hidrográfica. Se han desarrollado en la actualidad innumerables hidrogramas unitarios sintéticos, de los cuales sólo se presenta aquí el de Snyder, el cual es tal vez uno de los más conocidos.

En la región de los montes Apalaches, en los Estados Unidos, Snyder estableció que:

a:

$$t_p = 0.7517 Ct (L \times L_c)^{0.3} \quad (6.30)$$

en donde:

$t_p$ : tiempo de retardo de la hoya, horas  
 $Ct$ : coeficiente adimensional, variable entre 1.8 y 2.2, tomando valores menores para hoyas con grandes inclinaciones



L: longitud del río principal, desde la divisoria de aguas hasta el punto en consideración, km

Lc: longitud desde el punto del río principal más próximo al centro geométrico de la hoya, hasta el punto en consideración, km

b.

$$t_r = \frac{t_p}{5.5} \quad (6.31)$$

en donde  $t_r$  es la duración de la lluvia neta, horas

c.

$$q_p = \frac{0.275 C_p A}{t_p} \quad (6.32)$$

en donde:

$q_p$ : caudal pico del hidrograma unitario por milímetro de lluvia neta, (m<sup>3</sup>/s/(mm))

A: área de drenaje de la hoya, km<sup>2</sup>

$C_p$ : coeficiente adimensional, variable entre 0.56 y 0.69, tomando valores mayores para hoyas con grandes inclinaciones

d. El hidrograma unitario sintético corresponde a 1 mm de precipitación neta sobre toda la hoya.

e.

$$T = 3 + \frac{t_p}{8} \quad (6.33)$$

en donde:

T: Tiempo base de la escorrentía superficial, días

f. Para otra lluvia neta de duración  $t_R$  diferente de  $t_r$ , el tiempo de retardo correspondiente  $t_{pR}$ , el caudal pico  $q_{pR}$  y el caudal base  $T_R$ , según Linsley, son:

$$t_{pR} = t_p + \frac{T_R - t_r}{4} \quad (6.34)$$

$$q_{pR} = \frac{0.275 C_p A}{t_{pR}} \quad (6.35)$$

$$T_R = 3 + \frac{t_{pR}}{8} \quad (6.36)$$

g. Adicionalmente:

$$W_{75} = \frac{0.10192}{q_p^{1.08}} \quad \text{ó} \quad W_{75R} = \frac{0.10192}{q_{pR}^{1.08}} \quad (6.37)$$

$$W_{50} = \frac{0.17836}{q_p^{1.08}} \quad \text{ó} \quad W_{50R} = \frac{0.17836}{q_{pR}^{1.08}} \quad (6.38)$$

sea que se trabaje con una lluvia neta de duración  $t_r$  o con duración  $t_R$ ; en donde:

$W_{75}$ : ancho del hidrograma unitario, horas, correspondiente a un

valor de las ordenadas igual al 75% del caudal pico  $q_p$  o  $q_{pR}$

$W_{50}$ : ancho del hidrograma unitario, horas, correspondiente a un

valor de las ordenadas igual al 50% del caudal pico  $q_p$  o  $q_{pR}$

$$q_p' = \frac{q_p}{A} \left( \frac{(m^3/s)/(mm)}{km^2} \right) \quad (6.39)$$

$$q_{pR}' = \frac{q_{pR}}{A} \left( \frac{(m^3/s)/(mm)}{km^2} \right) \quad (6.40)$$

h.

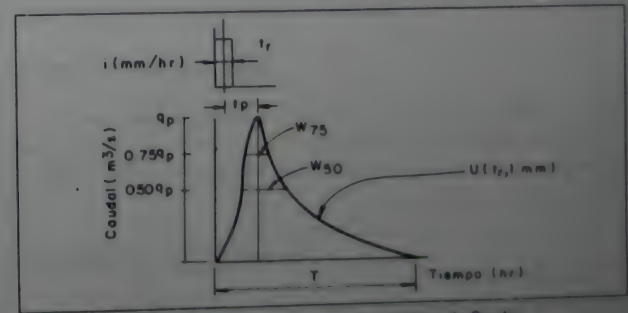


Figura 6.37. Construcción de hidrograma unitario sintético de Snyder

El valor de  $t_{pR}$  tiempo de retardo de la hoya, es igual al tiempo entre el centro geométrico de la duración de la lluvia neta  $t_r$ , y el pico del hidrograma unitario, en hr.

Con base en las características  $t_p$ ,  $t_r$ ,  $q_p$ ,  $W_{75}$ ,  $W_{50}$  y  $T$  (o  $t_{pR}$ ,  $t_{rR}$ ,  $q_{pR}$ ,  $W_{75R}$ ,  $W_{50R}$  y  $T_R$ ) se traza el hidrograma unitario de escorrentía superficial. Se debe comprobar que

$$\int Q_{ES} dt = P_n \times A = 1 \text{ mm} \times A$$

En caso contrario, se debe ajustar el hidrograma (usualmente el tiempo base  $T$  o  $T_R$ ) hasta lograr que se cumpla la anterior ecuación.

#### 6.4.3.10 Gráfica de distribución

Conocido un hidrograma unitario, o establecido uno sintéticamente, se puede construir un gráfico cuyas ordenadas son los porcentajes de la escorrentía superficial total en cada intervalo de tiempo. Se denomina gráfico de distribución de la escorrentía superficial.

## CAPITULO **7**

### **Estimación de crecientes**



## 7.1 CRECIENTES E INUNDACIONES

**E**n general, una creciente es un fenómeno de ocurrencia de caudales relativamente grandes. Una inundación se caracteriza por la ocurrencia de caudales grandes que se salen del canal de la corriente. Una creciente puede no causar inundación, especialmente si se construyen obras de control para tal fin.

Por otro lado, aun no habiendo un aumento grande de escorrentía superficial, podrá suceder una inundación en el caso de que haya alguna obstrucción en el canal natural del río.

Para efectos de este capítulo, se trata del cálculo de crecientes para proyectos de obras de control de dichos eventos.

### 7.1.1 Cálculo de una creciente

Significa dar un caudal máximo de proyecto y, si es posible y necesario, su hidrograma de creciente (distribución de caudales en el tiempo desde el inicio del aumento de la escorrentía superficial hasta el final de ésta).

### 7.1.2 Pronóstico de crecientes

Se aplica al cálculo de una creciente de proyecto por extrapolación de los datos históricos para unas condiciones definidas como críticas. Es el caso que se presenta si se poseen  $n$  años de datos históricos y se quiere conocer el caudal con un periodo de retorno igual a  $m$  años, en donde  $m > n$ .

## 7.2 PERÍODO DE RETORNO, T

Es el tiempo promedio, en años, en que el valor del caudal pico de una creciente determinada es igualado o superado por lo menos una vez.

Fijaciones del período de retorno:

### a. Criterios económicos

La fijación del período de retorno puede ser llevada a cabo por medio de criterios económicos, tales como la comparación de los costos anuales de las obras con los daños producidos por crecientes. En la Figura 7.1 se presenta el resumen de dicho tipo de estudios.

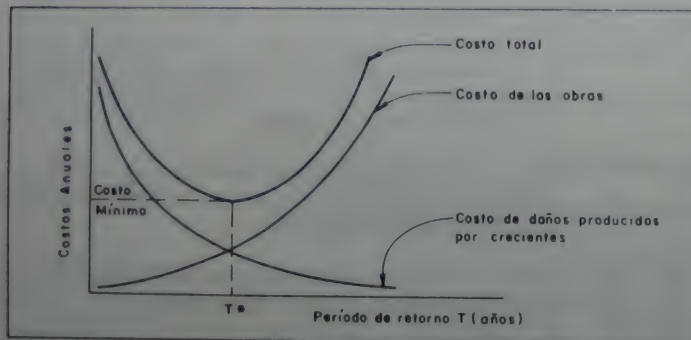


Figura 7.1. Análisis de costos anuales de obras para determinación de períodos de retorno.

### b. Criterios usuales

En casos en que no se apliquen criterios económicos, la fijación del período de retorno se basa en criterios tales como:

- I - Vida útil de la obra
- II - Tipo de estructura
- III - Facilidad de reparación y ampliación
- IV - Peligro de pérdidas de vidas humanas

Como criterios usuales se tienen los que aparecen en el Cuadro 7.1.

Cuadro 7.1. Criterios usuales para definición de períodos de retorno.

Tipo de proyecto	Período de retorno (años)
Desviación de crecientes en proyectos hidroeléctricos	25 a 50
Rebosaderos para crecientes de proyectos hidroeléctricos, dependiendo de si la presa es de tierra o enrocado, o de concreto	Mayor o igual a 1000 años, o criterio de creciente máxima probable
Coletores de aguas lluvias en ciudades, dependiendo del tipo de zona dentro de la ciudad	2 a 10
Alcantarillas para carreteras	11 a 5

### c. Criterio de riesgo

Otro criterio es la fijación, *a priori*, del riesgo que se desea asumir por el caso de que la obra llegase a fallar dentro de su tiempo de vida.

Se define  $P(x \geq x_0)$  como la probabilidad de ocurrencia, o la probabilidad de que un evento  $x$  sea mayor o igual a un valor dado  $x_0$ .

Se define  $P(x < x_0) = 1 - P(x \geq x_0)$  como la probabilidad de no ocurrencia, o la probabilidad de que un evento  $x$  sea menor a un valor dado  $x_0$ .

$$T = \frac{1}{P(x \geq x_0)} \quad (7.1)$$

$$P(x < x_0) = 1 - P(x \geq x_0) \quad (7.2)$$

La probabilidad de no ocurrencia dentro de  $n$  años de la vida útil de una obra:

$$J = (P(x < x_0))^n \quad (7.3)$$

suponiendo que los eventos de ocurrencia sean independientes.

La probabilidad de ocurrencia dentro de  $n$  años de la vida útil de la obra, denominada aquí RIESGO PERMISIBLE, está dada por:

$$K = 1 - J = 1 - (P(x < x_0))^n \quad (7.4)$$

Substituyendo (7.2) en (7.4)

$$K = 1 - (1 - P(x \geq x_0))^n \quad (7.5)$$



Substituyendo (7.1) en (7.5)

$$k = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \quad (7.6)$$

Reagrupando,

$$(1 - k)^{1/n} = 1 - \frac{1}{T} \quad (7.7)$$

$$1 - (1 - k)^{1/n} = 1 - \frac{1}{T} \quad (7.8)$$

$$T = \frac{1}{1 - (1 - k)^{1/n}} \quad (7.9)$$

Si la obra tiene una vida útil de  $n$  años, la fórmula anterior permite calcular el período de retorno  $T$ , fijando el riesgo permisible  $k$ , el cual es la probabilidad de ocurrencia del pico de la creciente estudiada, durante la vida útil de la obra. En el Cuadro 7.2 se presenta el valor de  $T$  para varios riesgos permisibles  $k$  y para la vida útil de la obra  $n$ .

Cuadro 7.2. Valores del período de retorno  $T$  (años).

Riesgo permisible	Vida útil de las obras, n (años)								
k	1	2	3	5	10	25	50	100	200
0.01	100	199	299	498	995	2488	4975	9950	19900
0.02	50	99	149	248	495	1238	2475	4950	9900
0.05	20	39	59	98	195	488	975	1950	3900
0.10	10	19	29	48	95	238	475	950	1899
0.25	4	7	11	18	35	87	174	348	695
0.50	2	3	5	8	15	37	73	145	289
0.75	1.3	2	2.7	4.1	7.7	18	37	73	144
0.99	1.0	1.11	1.27	1.66	2.7	5.9	11	22	44

## 7.3 ANÁLISIS DE LA NATURALEZA DE LOS DATOS DE CAUDAL

Para que un fenómeno sea completamente aleatorio, debe depender de un número muy grande de factores, de un peso muy pequeño cada factor. Al analizar el hidrograma de un río se puede observar que los caudales no son completamente aleatorios. Dependen de un número limitado de factores tales como precipitación, geología, vegetación, topografía, precipi-

tación antecedente, temperatura, estación del año, obras en las corrientes de agua, etc. Los pesos con que dichos factores entran para formar la esorrentía superficial, que juntamente con la contribución subterránea dan el caudal del río, no son iguales. Es claro que la precipitación y los factores geológicos entran con mayor peso.

Un fenómeno completamente aleatorio, las alturas pluviométricas anuales, por ejemplo, sigue una distribución de probabilidades de Gauss o distribución normal.

Aunque teóricamente los valores de caudales máximos de una estación no siguen una distribución normal, en la práctica algunas veces dicha distribución sirve para representarlos adecuadamente. Otras distribuciones que sirven para representar dichos caudales máximos son la log-normal, la Pearson tipo III, la log-Pearson tipo III, la Gumbel y la log-Gumbel. Por otro lado, existe el método de Fuller, del cual se ocupa la sección 7.3.2

### 7.3.1 Diversos métodos de distribución de caudales máximos

- Distribución normal  
Ver sección 3.5.2.1 del Capítulo 3.
- Distribución log-normal  
Ver sección 3.5.2.2 del Capítulo 3.
- Distribución Gumbel  
Ver sección 3.5.2.3. del Capítulo 3.
- Distribución log-Gumbel  
Ver sección 3.5.2.4. del Capítulo 3.
- Distribución Pearson tipo III  
Ver Anexo del Capítulo 3.
- Distribución log-Pearson tipo III  
Ver Anexo del Capítulo 3.

### 7.3.2 Método de Fuller

Fuller, estudiando las crecientes del río Tohickon en U.S.A., desarrolló un método de extrapolación de datos históricos, no con el uso de una distribución de frecuencias, sino con el uso de una regla de probabilidades. La regla es la siguiente:

- a. El valor más probable del período de retorno de la creciente de orden  $i$  es  $n/i$ , siendo  $n$  el número de años de datos.
- b. El valor más probable  $Q$  del caudal de orden  $i$  es la media progresiva de los valores de los caudales  $Q_i$  colocados en orden decreciente.

$$Q_j = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j Q_i \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7.10)$$

e. Existe entre los caudales y los períodos de retorno más probables la siguiente relación que permite extrapolación:

$$r_j = \frac{Q_j}{Q_{med}} = a + b \log T = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j z_i, \quad (7.11)$$

$$\text{siendo } z_i = \frac{Q_i}{Q_{med}}, \text{ para } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

en donde:

$Q_{med}$ : media de los caudales de las crecientes consideradas  
a y b: constantes que se determinan con los datos de caudal históricos

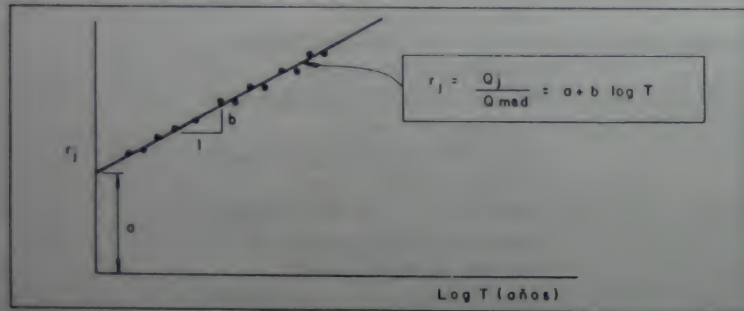


Figura 7.2 Análisis de datos de caudales máximos. Método de Fuller.

Por medio de las parejas de puntos  $(r_j, \log T)$  se puede determinar, a través de un análisis de mínimos cuadrados, los valores a y b de la línea que mejor ajusta los puntos. Dichos valores se utilizan en la ecuación que permite la extrapolación para determinar los caudales Q con un determinado período de retorno T:

$$Q = Q_{med} (a + b \log T) \quad (7.12)$$

El ordenamiento de los datos puede ser llevado a cabo de la manera siguiente:

Cuadro 7.3. Método de Fuller. Procedimiento de cálculo

Orden i	Caudal $Q_i$	$z_i$	$r_j$	T (años)	log T
1	$Q_{max}$	$(Q_{max}/Q_{med})$	$r_1$	$n/1$	$\log (n/1)$
2	$Q_2$	$(Q_2/Q_{med})$	$r_2$	$n/2$	$\log (n/2)$
3	$Q_3$	$(Q_3/Q_{med})$	$r_3$	$n/3$	$\log (n/3)$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	$Q_{min}$	$(Q_{min}/Q_{med})$	$r_n$	$n/n$	$\log (n/n)$

$Q_{med}$

## 7.4 MÉTODOS DE PRONÓSTICO DE CRECIENTES BASADOS EN DATOS DE LLUVIA

### 7.4.1 Hidrograma unitario

Conocida una lluvia neta crítica en una hoya, esto es la intensidad de dicha lluvia con una duración que produzca la máxima escorrentía superficial (normalmente se adopta dicha duración igual al tiempo de concentración), y su hidrograma unitario correspondiente, se puede calcular el hidrograma de creciento de escorrentía superficial correspondiente a una lluvia total dada cualquiera. Cada lluvia tendrá un período de retorno que se supone igual al período de retorno de la creciento.

### 7.4.2 Fórmula racional

#### 7.4.2.1 General

$$Q = C_m i_m A \quad (7.13)$$

en donde Q es el caudal pico de escorrentía superficial debido a una lluvia total de intensidad media  $i_m$  sobre la hoya con área de drenaje A, y C es el coeficiente de escorrentía.

Para un pluviógrafo, puntualmente:

$$i = \frac{KT^m}{(t_c + t_o)^n} \quad (7.14)$$

en donde  $t_c$  es normalmente el tiempo de concentración de la hoya, y  $T$  es el período de retorno.

Si la intensidad de lluvia  $i$  se presenta durante el tiempo de concentración de la hoya (en el cual toda la hoya está contribuyendo), el caudal de escoorrentía superficial en la hoya deberá ser igual al caudal máximo. Los valores de las constantes  $K$ ,  $m$ ,  $t_o$  y  $n$  pueden ser hallados para cada pluviógrafo. Con  $t_c$  conocido se puede hallar el valor de la intensidad de lluvia máxima sobre el pluviógrafo.

La distribución espacial de las intensidades de lluvia total crítica sobre una hoya debe ser tal que la máxima intensidad (centro de la lluvia) esté sobre el pluviógrafo de máxima precipitación, y la intensidad disminuya alejándose del centro de la lluvia.

#### 7.4.2.2 Lluvia total crítica media sobre una hoya

Se presentan dos métodos para el cálculo de la lluvia total crítica media:

##### a. Ecuación de Fhruling

$$i_o = 1 - 0.009 \sqrt{r} \quad (7.15)$$

en donde:

$i$ : intensidad de lluvia a una distancia  $r$  del centro de la tormenta

$i_o$ : intensidad de lluvia en el centro de la tormenta

$r$ : distancia al centro de la tormenta (m), con variación desde cero hasta  $R$

Esta fórmula, en general, es válida para hoyas pequeñas ( $R < 12000$  m).

Considerando un área circular, la fórmula lleva a la siguiente intensidad de la lluvia total media ( $i_m$ ):

$$i_m = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R i \cdot 2\pi r \, dr = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R i_o (1 - 0.009 \sqrt{r}) \cdot 2\pi r \, dr$$

$$i_m = i_o (1 - 0.0072 \sqrt{R}) \quad (7.16)$$

Al valor de  $i_m/i_o$  se le da el nombre de coeficiente de distribución.

La Ecuación (7.16) se usa también para áreas no circulares, siendo  $R$  la mitad de la mayor dimensión de la hoya, en m.

Se puede también involucrar el área  $A$ :

$$i_m = i_o (1 - 0.0054 \sqrt[4]{A}), \quad A \text{ en m}^2 \quad (7.17)$$

##### b. Gráficas de reducción de la intensidad de precipitación con el área de drenaje

Es claro que teniendo la intensidad de precipitación crítica media se puede calcular el caudal pico de la creciente por medio de la fórmula racional.

Con isoyetas de aguaceros históricos de varias duraciones se pueden preparar curvas representativas para la hoya hidrográfica del tipo:

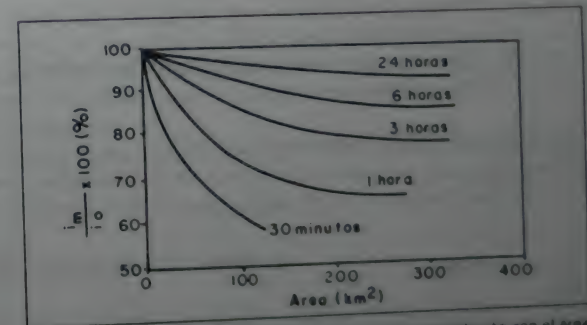


Figura 7.3 Gráficas de reducción de la intensidad de precipitación con el área de drenaje

en donde:

$i_o$ : intensidad máxima de la lluvia en la hoya

$i_m$ : intensidad media de lluvia sobre la hoya



### 7.4.2.3 Métodos para el cálculo del tiempo de concentración

#### a. Medida directa utilizando trazadores

Se puede, durante una lluvia intensa, colocar un trazador radioactivo en la divisoria de aguas de la hoya y medir el tiempo que toma el agua para llegar al sitio de interés de la misma.

#### b. Fórmulas empíricas

Hay bastantes fórmulas empíricas para la determinación del tiempo de concentración, dentro de las cuales se mencionan las siguientes:

##### I. Fórmula de Kirpich

$$T_c = \left( 11.9 \frac{L^3}{h} \right)^{0.385} \quad (7.18)$$

en donde:

$T_c$ : Tiempo de concentración (horas)

$L$ : Longitud del cauce (millas)

$h$ : Diferencia de elevación (pies) entre los límites superior e inferior del área de drenaje.

##### II. Fórmula de Hathaway

$$T_c^{2.14} = \frac{2}{3} n L \sqrt{S} \quad (7.19)$$

en donde:

$T_c$ : Tiempo de concentración (minutos)

$L$ : Longitud del canal (pies)

$S$ : Pendiente media del canal (valor adimensional)

$n$ : Coeficiente de rugosidad de Manning (valor adimensional)

Cuadro 7.4. Valores del coeficiente de rugosidad de Manning  $n$  para la fórmula de Hathaway

Canal	$n$
Limpio, orillas verticales	0.025 - 0.033
Limpio, orillas verticales con malezas	0.030 - 0.040
Serpenteante, algunos charcos	0.033 - 0.045
Tramos muy lentos	0.050 - 0.080
Tramos con muchas malezas	0.075 - 0.150

### III. Fórmula de George Rivero

$$T_c = 16 L / ((1.05 - 0.2 p)(100 S)^{0.04}) \quad (7.20)$$

en donde:

$T_c$ : Tiempo de concentración (minutos)

$p$ : relación entre el área cubierta de vegetación y el área total de la hoya (valor adimensional)

$S$ : Pendiente media del canal principal (valor adimensional)

$L$ : Longitud del canal principal (km)

### IV. Fórmula para diseño de aeropuertos

$$T_c = 1.8 (1.1 - C) \sqrt{L} / \sqrt[3]{S} \quad (7.21)$$

en donde:

$T_c$ : Tiempo de concentración (minutos)

$L$ : longitud del canal principal (pies)

$S$ : Pendiente media del canal principal ((m/m) x 100%)

$C$ : Coeficiente de escorrentía (valor adimensional)

Cuadro 7.5. Valores del coeficiente de escorrentía  $C$  en fórmula de tiempo de concentración para diseño de aeropuertos.

Tipo de Suelo	$C$
Suelo permeable	0.4
Suelo impermeable	0.3 - 0.85
Pavimentos y superficies techadas	0.7 - 0.95

## 7.5 FÓRMULAS EMPÍRICAS PARA CÁLCULO DE CAUDALES DE CRECIENTE

Se recomienda el uso de fórmulas empíricas sólo en el caso de que no sea posible hacer cualquier otra estimación por alguno de los métodos aquí descritos.

### 7.5.1 Fórmula de Burkli - Ziegler

$$Q = 0.022 M R C \sqrt{\frac{S}{M}} \quad (7.22)$$

en donde:

Q: caudal pico de la creciente, m<sup>3</sup>/s

M: área de drenaje, hectáreas

R: intensidad media durante la lluvia crítica, cm/hr

S: pendiente media de la hoya, en m por cada 1000 m

C: variable dependiente de la naturaleza de la superficie drenada

Cuadro 7.6. Valores de variable C para fórmula de Burkli-Ziegler.

Tipo de Superficie	C
- Calles pavimentadas y barrios bastante edificados	0.75
- Calles comunes de ciudades	0.625
- Poblados con plazas y calles en grava	0.30
- Campos deportivos	0.25

### 7.5.2 Fórmula de Kresnik

$$Q = \alpha \frac{32}{(0.5 + \sqrt{A})} A \quad (7.23)$$

en donde:

Q: caudal pico de la creciente, m<sup>3</sup>/s

A: área de drenaje, km<sup>2</sup>

$\alpha$ : Coeficiente variable entre 0.03 y 1.61

### 7.5.3 Fórmula de Creager

$$Q = 46 C A^{0.894} A^{-0.041} \quad (7.24)$$

en donde

Q: caudal pico de la creciente, ft<sup>3</sup>/s

A: área de drenaje, millas<sup>2</sup>

C: coeficiente; para C = 100 pocas crecientes en el mundo han alcanzado dicho valor

### 7.5.4 Fórmula de Baird y McIlwraith

$$Q = \frac{131000 A}{(107 + A)^{0.78}} \quad (7.25)$$

en donde

Q: caudal pico de la creciente, ft<sup>3</sup>/s

A: área de drenaje, millas<sup>2</sup>

Esta fórmula, como la de Creager, ha sido derivada de las máximas crecientes registradas en el mundo.

## 7.6 CONTROL DE LAS CRECIENTES E INUNDACIONES

### 7.6.1 Introducción

Está fuera de la finalidad de esta sección el tratamiento completo de los métodos de control de crecientes, así como no se tratarán pormenorizadamente los aprovechamientos hidroeléctricos, la irrigación, el drenaje, el abastecimiento de agua o cualquier otra utilización de los recursos de agua de un río.

Se desea presentar un resumen de las aplicaciones de la hidrología al problema del control de crecientes, mostrando, de paso, algunas interrelaciones con otras ciencias, tales como la economía y el planeamiento urbano.

### 7.6.2 Causas de las crecientes

Son dos las causas principales de las crecientes: el exceso de lluvia y el desbordamiento de cualquier volumen de agua acumulado aguas arriba. Esta última causa puede ser debida al rompimiento de la obra que retiene el agua o a la apertura brusca de las compuertas de un embalse.

Una creciente sólo causa inundaciones cuando el volumen de agua que la ocasiona se vierte por fuera del canal. También existen dos causas para la inundación:

- Exceso de la lluvia, de tal cuantía que el canal del río no pueda contener el caudal de creciente.



- Existencia aguas abajo del área inundada de cualquier obstrucción que impida el paso adecuado del caudal de creciente. Este último caso es, por ejemplo, el de un vertedero mal dimensionado que no da adecuado paso al caudal de creciente, remansa el río y causa inundación por una lluvia que, si no hubiese el referido vertedero, no produciría tal efecto.

Otra causa de creciente, y posiblemente de inundación, es la construcción propia de las obras que tienen por finalidad combatir esos efectos en una cierta área. Así, se puede decir que un conducto de aguas lluvias, o el mejoramiento de un tramo de canal para evitar su desbordamiento, solamente servirá para trasladar aguas abajo, posiblemente hacia áreas menos valorizadas, el volumen de agua debido a la creciente. Es claro que en este caso esas obras son la causa de crecientes aguas abajo.

### 7.6.3 Métodos de combate contra las crecientes

#### 7.6.3.1 Construcción de embalses

Supóngase que una ciudad está situada en el plano de inundación de un río. Es fácil imaginar que, existiendo factibilidad técnica para la construcción de una presa aguas arriba de dicha ciudad, esa obra sería de máximo interés en el combate contra las crecientes. Es claro que sólo existe factibilidad económica en el caso de que el costo de la obra prevista para el control de crecientes sea menor que los perjuicios que se causarían sin dicha obra. Es también claro que el cálculo de esos perjuicios es bastante difícil de evaluar pues puede haber pérdidas de vidas humanas y éstas tienen un valor ilimitado.

#### 7.6.3.2 Mejoramiento de canales

Muchas veces el canal natural de un río no transporta cierto caudal sin desbordamiento. La adecuación de ese trecho de canal, para que transporte ese mismo caudal sin desbordamiento, puede ser conseguida por uno de los métodos siguientes:

- drenaje
- rectificación
- revestimiento
- construcción de diques

El drenaje puede ser llevado a cabo para eliminar los depósitos del fondo y de las márgenes, y aumentar así el área de la sección del canal.

La rectificación permite un aumento de la pendiente del canal y el consiguiente aumento de la capacidad de escurrimiento. Normalmente, la rectificación debe ser seguida por el revestimiento o consolidación de las márgenes, pues en caso contrario el río tratará de encontrar su nueva condición de equilibrio.

El revestimiento, por tener menor rugosidad que el canal no revestido, resulta en mayor capacidad de caudal, o menor altura de agua para un caudal dado.

La construcción de diques delimita la sección superior del canal y permite que el nivel de agua llegue, durante una creciente, encima del nivel de inundación.

#### 7.6.3.3 Desviación hacia otra hoya

En el planeamiento de control contra crecientes, se puede prever la desviación de parte del volumen hacia otra hoya o hacia aguas abajo de la misma, ya sea por gravedad o por bombeo. Como los caudales correspondientes son generalmente grandes, es bastante improbable la factibilidad económica de las desviaciones hacia otras hoyas por bombeo. Por otro lado, cuando esas desviaciones pueden ser hechas por gravedad, son altamente convenientes.

#### 7.6.4 Legislación adecuada en el control de crecientes

Como el control de crecientes es básicamente el control de los perjuicios provocados por las mismas, una legislación adecuada para las construcciones en el plano de posible inundación, es altamente conveniente. Así, se puede exigir que el nivel de primer piso de los edificios esté por encima del plano de inundación; se puede liberar el uso de las áreas inundables para parques, jardines y estacionamientos, o se puede exigir construcciones a prueba de agua por debajo del plano de inundación.

#### 7.6.5 Sistema de alarma en el control de crecientes

La previsión del tiempo por el servicio de meteorología, los estudios de propagación de crecientes, las posibles maniobras de compuertas de los proyectos, acoplados a un buen sistema de aviso por radio y televisión, pueden evitar grandes catástrofes.

Conociéndose la velocidad con que una onda de creciente viaja por un río, el sistema de aviso puede permitir la evacuación de las planicies de inundación, la apertura de compuertas de las presas aguas abajo o la colocación de sacos de arena.



# ***CAPITULO 8***

---

***Propagación  
de crecientes***

## 8.1 GENERALIDADES

**S**e exige conocer el hidrograma de creciente en un punto diverso de aquel para el cual existen los datos sobre el canal de una corriente. Otras veces se necesita saber cuál es el comportamiento de la estructura de control de caudales de salida (rebosadero o vertedero, túneles de desviación, etc.) en relación con un hidrograma de creciente que llega a un embalse. En conclusión, puede existir la necesidad de "acompañar" una onda de creciente y calcular los caudales y alturas de agua en función del tiempo, ya sea sobre el canal de una corriente o sobre el conjunto embalse-estructura de control de un proyecto hídrico determinado. Este proceso se denomina propagación de crecientes.

## 8.2 PROPAGACIÓN DE CRECIENTES A TRAVÉS DE EMBALSES

### 8.2.1 Consideraciones teóricas

- a. Supóngase un embalse natural o artificial con una sección de control. El caudal de salida del embalse es fijado por la altura  $h$  de agua por encima de la solera de la sección de control hasta el nivel de agua en el embalse, la cual determina también el área y el volumen de agua del embalse.
- b. Supóngase un hidrograma de creciente entrante al embalse:

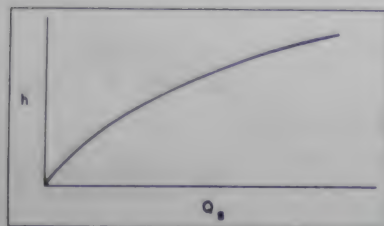


Figura 8.1. Hidrograma de entrada al embalse.

- c. Este hidrograma de creciente sufre una variación al pasar por el conjunto embalse-estructura de control, que modifica la altura original  $h$ ; y sólo en función de  $h$ , además, se modifica el caudal de salida  $Q_s$  por la estructura de control.

Se entiende por propagación de crecientes a través de embalses el cálculo de  $Q_s$  y  $h$  en función del tiempo, dado  $Q_a$  (caudal de entrada) en función del tiempo. En la Figura 8.2 se presenta gráfica y esquemáticamente el resultado de la propagación de una creciente en un embalse.

En general, se pueden despreciar otras salidas de agua del embalse, como son la infiltración y la evaporación, durante el intervalo de tiempo de la propagación de la creciente. Las pérdidas por infiltración suelen ser compensadas por contribuciones del nivel freático de hoyas inmediatamente vecinas. Las pérdidas por evaporación son despreciables en intervalos de tiempo cortos, en los cuales ocurren usualmente las crecientes.

Considerando el caudal sobre la sección de control como la única salida del embalse, y teniendo en cuenta la ecuación de conservación de masa, se puede escribir:

$$Q_a - Q_s = \frac{dV}{dt} \quad (8.1)$$

La variación del volumen del embalse con el tiempo es igual a la diferencia entre los caudales de entrada y salida.

Pero el volumen del embalse es una función de la altura de la lámina de agua  $h$  sobre la solera de la sección de control hasta el nivel de aguas en el embalse, la cual es también una función del tiempo durante el proceso de propagación de la creciente.

$$V = V[h(t)] \Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \frac{dh}{dt} \quad (8.2)$$

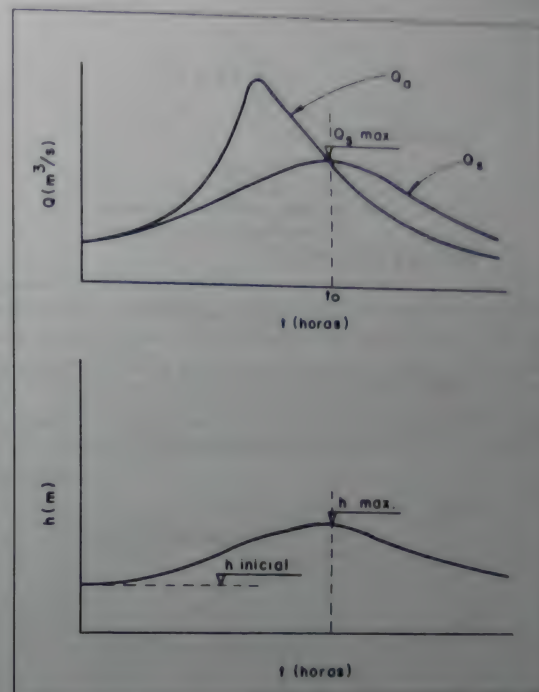


Figura 8.2. Tránsito de creciente en embalses. Hidrograma de salida del embalse y variación del nivel de agua por encima de la solera de la estructura de control.

Como  $Q_s$  es una función de  $h$ , de (8.2):

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \frac{dh}{dQ_s} \frac{dQ_s}{dt} \quad (8.3)$$

en donde:

$$\psi = \frac{dV}{dh} \frac{dh}{dQ_s} \quad (8.4)$$

es denominada la función de moderación, la cual es positiva y con dimensiones de tiempo.

Ahora bien, considerando que  $Q_s$  es una función de  $h$  del tipo:

$$Q_s = ah^n \Rightarrow h = b Q_s^{1/n} \quad (8.5)$$



$$\frac{dh}{dQ_s} = h m Q_s^{m-1} \quad (8.6)$$

También:

$$A = \frac{dV}{dh} \quad (8.7)$$

de (8.6) y (8.7) en (8.4):

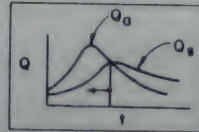
$$\varphi = A b m Q_s^{m-1} \quad (8.8)$$

Además, de (8.4) y (8.3) en (8.1)

$$Q_a - Q_s = \varphi \frac{dQ_s}{dt} \quad (8.9)$$

Si

$$Q_a > Q_s \Rightarrow \frac{dQ_s}{dt} > 0$$



Si

$$Q_a < Q_s \Rightarrow \frac{dQ_s}{dt} < 0$$



Si

$$Q_a = Q_s \Rightarrow \frac{dQ_s}{dt} = 0$$

Esta tercera condición significa que el hidrograma de salida  $Q_s(t)$  pasa por un máximo, un mínimo y un punto de inflexión.

**Análisis de máximo, mínimo y punto de inflexión del hidrograma  $Q_s(t)$**

$$Q_a = Q_s \Rightarrow \frac{dQ_s}{dt} = 0$$

Derivando la ecuación (8.9) con respecto al tiempo:

$$\frac{dQ_a}{dt} - \frac{dQ_s}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \frac{dQ_s}{dt} + \varphi \frac{d^2Q_s}{dt^2} \quad (8.10)$$

pero,

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dQ_s} \frac{dQ_s}{dt} \quad (8.11)$$

De (8.11) en (8.10)

$$\frac{dQ_a}{dt} - \frac{dQ_s}{dt} = \frac{d\varphi}{dQ_s} \left( \frac{dQ_s}{dt} \right)^2 + \varphi \frac{d^2Q_s}{dt^2} \quad (8.12)$$

De la ecuación (8.9), si

$$Q_a = Q_s \Rightarrow \frac{dQ_s}{dt} = 0$$

entonces la ecuación (8.12) queda

$$\frac{dQ_a}{dt} = \varphi \frac{d^2Q_s}{dt^2} \quad (8.13)$$

Como  $\varphi$  es positivo, el valor de la segunda derivada de  $Q_s$  con respecto al tiempo debe tener el mismo signo de  $dQ_a/dt$ .

Se presentan, entonces, tres casos:

a. Si

$$\frac{dQ_a}{dt} > 0$$

rama creciente del hidrograma de entrada  $Q_a$ .

El hidrograma de salida  $Q_s$  pasa por un mínimo dado que

$$\frac{d^2Q_s}{dt^2} > 0$$

ver Figura 8.3, punto A.

b. Si

$$\frac{dQ_a}{dt} < 0$$

rama decreciente del hidrograma de entrada  $Q_a$ .

El hidrograma de salida  $Q_s$  pasa por un máximo dado que

$$\frac{d^2 Q_s}{dt^2} < 0$$

Ver Figura 8.3, punto B.

c. Si

$$\frac{dQ_a}{dt} = 0$$

la pendiente del hidrograma de entrada es igual a cero.

El hidrograma de salida  $Q_s$  pasa por un punto de inflexión dado que

$$\frac{d^2 Q_s}{dt^2} = 0$$

ver Figura 8.3, punto C.

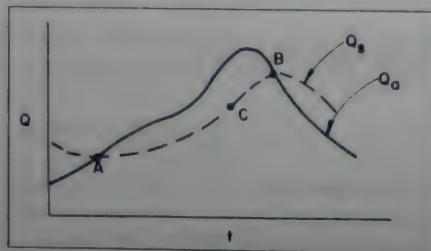


Figura 8.3. Análisis de valores máximos, mínimos y puntos de inflexión del hidrograma de salida  $Q_s(t)$  desde un embalse

En el caso específico de propagación de crecientes a través de un embalse, es decir el cálculo de  $Q_s(t)$  dado  $Q_a(t)$ , estos puntos teóricos A, B y C sirven para el control de los cálculos.

## 8.2.2 Consideraciones prácticas

### 8.2.2.1 Análisis teórico

Supóngase que se quiera calcular el hidrograma de salida  $Q_s(t)$  en un embalse creado por una presa, con una estructura de control de caudales de salida específica.

Los datos de entrada son:

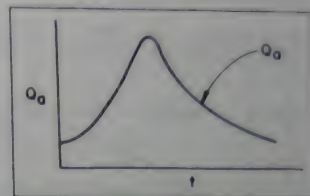


Figura 8.4. Tránsito de crecientes. Hidrograma de entrada al embalse

- Hidrograma de entrada,  $Q_a(t)$
- La relación  $V(h) = e(h+d)^k$ , cuya presentación puede estar dada tanto en forma de ecuación como gráficamente (o por medio de un cuadro). Se denomina dicha relación la curva de volumen o capacidad del embalse. Los valores  $e$ ,  $d$  y  $k$  son constantes para cada curva. El valor de  $h$  representa la altura hasta el nivel de aguas en el embalse por encima de la cota de solera (inferior) de la estructura de control de caudales de salida.

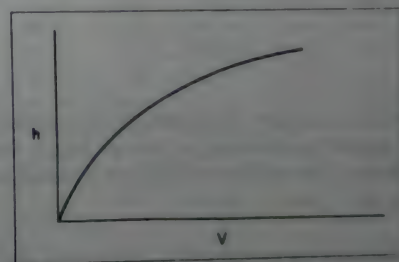


Figura 8.5. Tránsito de crecientes. Curva de volumen o capacidad del embalse

- La relación  $Q_s(h) = f(h)$ . El valor de  $h$  representa la lámina de agua por encima de la cota de solera de la estructura de control, medida hasta el nivel de aguas en el embalse. En el caso de rebosaderos a tajo abierto, rectangulares sin compuertas, dicha relación es  $Q_s = Clh^{3/2}$ . El valor de  $l$  representa la longitud neta de la cresta del rebosadero, y el valor de  $C$ , el coeficiente de descarga, es válido para cada rebosadero. Téngase en cuenta que para cualquier tipo de estructura de control—que sirva para evacuación de agua (orificios, conductos, rebosaderos tipo *Morning Glory*, etc.) es posible encontrar la ecuación  $Q_s(h) = f(h)$  propia de cada estructura. Se denomina dicha relación curva de calibración de la estructura de control, y en este caso específico curva de calibración del rebosadero.

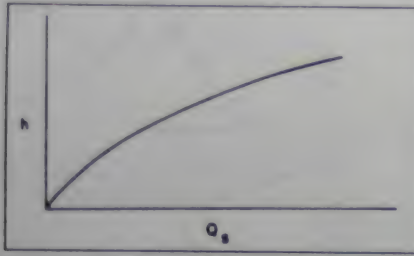


Figura 8.6. Tránsito de crecientes. Curva de calibración de la estructura de control.

Nótese, por otro lado, que la relación  $Q_s$  contra  $h$  puede ser dada, para cualquier tipo de rebosadero, por medio de un cuadro o una gráfica, sin necesidad de fórmulas.

La ecuación de conservación de masa

$$\bar{Q}_a - Q_s = \frac{dV}{dt} \quad (8.1)$$

se puede integrar por el método de diferencias finitas. Para esto, se adopta un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , que se puede variar durante el proceso de integración. Sin ninguna pérdida de generalidad se considera aquí constante:

$$\bar{Q}_a - \bar{Q}_s = \Delta V / \Delta t \quad (8.14)$$

$$\bar{Q}_a = \frac{Q_{a_i} + Q_{a_{i+1}}}{2} \quad (8.15)$$

$$\bar{Q}_s = \frac{Q_{s_i} + Q_{s_{i+1}}}{2} \quad (8.16)$$

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i \quad (8.17)$$

$$\Delta V = V_{i+1} - V_i \quad (8.18)$$

Los índices  $i$  se refieren al inicio del intervalo  $\Delta t$  (tiempo  $t_i$ ) y los índices  $i+1$  al fin del intervalo  $\Delta t$  (tiempo  $t_{i+1}$ ).

Substituyendo (8.16) y (8.18) en (8.14):

$$\bar{Q}_a - \frac{1}{2} (Q_{s_i} + Q_{s_{i+1}}) = \frac{1}{\Delta t} (V_{i+1} - V_i) \quad (8.19)$$

Reagrupando:

$$\bar{Q}_a + \frac{V_i}{\Delta t} - \frac{Q_{s_i}}{2} = \frac{V_{i+1}}{\Delta t} + \frac{Q_{s_{i+1}}}{2} \quad (8.20)$$

Llamando:

$$Y_1(h_i) = \frac{V_i}{\Delta t} - \frac{Q_{s_i}}{2} \quad (8.21)$$

$$Y_2(h_{i+1}) = \frac{V_{i+1}}{\Delta t} + \frac{Q_{s_{i+1}}}{2} \quad (8.22)$$

La Ecuación (8.20) queda

$$\bar{Q}_a + Y_1(h_i) = Y_2(h_{i+1}) \quad (8.23)$$

Se debe notar que  $Y_1$  depende de la condición de la lámina de agua  $h$  por encima de la solera de la estructura de salida hasta el nivel de aguas en el embalse al inicio del intervalo de tiempo, mientras  $Y_2$  depende de la condición de la misma lámina de agua pero al final del intervalo de tiempo.

Dado que el valor de  $Q_a$  se conoce en cualquier intervalo de tiempo, el lado izquierdo de la Ecuación (8.23) depende de la condición al inicio del intervalo de estudio mientras el lado derecho depende de la condición al final de éste.

### 8.2.2.2 Análisis práctico

Para mayor facilidad de las operaciones, se pueden calcular de antemano al tránsito de la creciente los valores  $N$  (nivel de agua en el embalse, referido a una cota arbitraria),  $Q_s$  (caudal de salida de la estructura de control),  $V$  (volumen en el embalse),  $Y_1$  y  $Y_2$ , como funciones todas del valor  $h$  ya definido. Estos valores dependen de las características físicas, tanto del embalse como de la estructura de control.



**Cuadro 8.1.** Tránsito de crecientes en un embalse. Ejemplo curvas  $Y_1$  y  $Y_2$  contra  $h$ .  $\Delta t = 3600$  seg

(1) $h$ (m)	(2) $N$ (m)	(3) $Q_s$ (m <sup>3</sup> /s)	(4) $V$ (m <sup>3</sup> ×10 <sup>3</sup> )	(5) $Y_1(h)$ (m <sup>3</sup> /s)	(6) $Y_2(h)$ (m <sup>3</sup> /s)
0.00	100.00	0	1340	372.22	372.22
0.25	100.25	1.51	1540	427.02	428.53
0.50	100.50	4.28	1800	497.86	502.14
0.75	100.75	7.86	2080	573.85	581.71
1.00	101.00	12.10	2400	660.62	672.72
1.25	101.25	16.91	2700	741.55	758.46
1.50	101.50	22.23	3000	822.22	844.45
1.75	101.75	28.01	3280	897.11	925.00
2.00	102.00	34.22	3550	969.00	1003.22
2.25	102.25	40.84	3850	1049.02	1089.86
2.50	102.50	47.83	4150	1128.86	1176.69

Nótese que en el cuadro anterior  $N$ ,  $Q_s$ ,  $V$ ,  $Y_1$  y  $Y_2$  son independientes del tiempo y solamente dependen de la altura  $h$  por encima de la estructura de control.

$$Y_1(h) = \frac{V(h)}{\Delta t} - \frac{Q_s(h)}{2}$$

$$Y_2(h) = \frac{V(h)}{\Delta t} + \frac{Q_s(h)}{2}$$

Dado que durante el tránsito de la creciente el tiempo entra como variable, los valores  $N$ ,  $Q_s$ ,  $V$ ,  $Y_1$  y  $Y_2$  dependerán de esta variable para cada instante.

Iniciando los cálculos del tránsito de la creciente con un valor conocido del caudal promedio de entrada al embalse, para el intervalo de tiempo  $t_0$  a  $t_1$ , y un valor  $h = h_0$  también conocido o establecido, por medio del Cuadro 8.1 preparado de antemano se puede conocer el valor de  $Q_{s_0}$  y  $Y_1(h_0)$ . Adicionalmente, de acuerdo con la Ecuación (8.23) se puede determinar

$$Y_2(h_1) = \bar{Q}_{s_0-1} + Y_1(h_0)$$

Con este valor de  $Y_2(h_1)$  se entra al Cuadro 8.1 y se calcula  $h_1$  y  $Y_1(h_1)$ , y por consiguiente  $Q_{s_1}$ , que es el objetivo de integración. Para el siguiente intervalo 1 a 2, se utilizan de la misma manera anterior como conocidos

los valores del caudal promedio de entrada al embalse,  $h_1$ ,  $Y_1(h_1)$  y  $Q_{s_1}$ , y se calculan  $Y_2(h_2)$  y  $Q_{s_2}$ . Para los demás intervalos se procede similarmente.

Para el cálculo de la altura de lámina de agua inicial,  $t = t_0 = 0$ , es usual suponer  $Q_{a_0} = Q_{s_0}$ .

— Ejemplo y procedimiento de cálculo (ver Cuadro 8.2)

**Cuadro 8.2.** Ejemplo de tránsito de crecientes en un embalse

(1) TIEMPO (horas)	(2) $Q_{a_i}$ (m <sup>3</sup> /s)	(3) $h_i$ (m)	(4) $Y_1(h_i)$ (m <sup>3</sup> /s)	(5) $\bar{Q}_a$ (m <sup>3</sup> /s)	(6) $Y_2(h_{i-1})$ (m <sup>3</sup> /s)	(7) $h_{i-1}$ (m)	(8) $Q_{s_{i-1}}$ (m <sup>3</sup> /s)
0.00 - 1.00	8.00	.76	576.72	18.00	594.72	.79	8.47
1.00 - 2.00	8.47	.79	586.25	42.00	628.25	.88	10.53
2.00 - 3.00	10.03	.88	618.22	84.00	702.22	1.09	13.75
3.00 - 4.00	13.75	1.09	688.47	146.00	834.47	1.47	21.61
4.00 - 5.00	21.61	1.47	812.85	158.00	970.85	1.90	31.65
5.00 - 6.00	31.65	1.90	939.25	115.00	1054.25	2.15	38.12
6.00 - 7.00	38.12	2.15	1016.12	79.00	1095.12	2.27	41.26
7.00 - 8.00	41.26	2.27	1053.79	53.00	1106.79	2.30	42.26
8.00 - 9.00	42.20	2.30	1064.40	36.00	1100.40	2.28	41.69
9.00 - 10.00	41.69	2.28	1058.59	26.00	1084.59	2.23	40.44
10.00 - 11.00	40.44	2.23	1044.13	19.00	1063.13	2.17	38.80
11.00 - 12.00	38.80	2.17	1024.32	14.00	1038.32	2.10	36.90
12.00 - 13.00	36.90	2.10	1001.41	11.50	1012.91	2.03	34.96
13.00 - 14.00	34.96	2.03	977.95	10.50	988.45	1.95	33.05

- Se calcula  $h_i$  por medio de la curva de calibración de la estructura de control (columnas 1 y 3 del Cuadro 8.1), con base en el valor de  $Q_{s_i}$  conocido. El valor de  $h_i$  se coloca en la columna 3 del Cuadro 8.2. Para el primer intervalo se puede asumir, como se dijo antes,  $Q_{s_0} = Q_{a_0}$ . En caso de que  $Q_{s_0}$  sea diferente de  $Q_{a_0}$ , se calcula  $h_0$  también con base en la misma curva de calibración de la estructura de control. Con el valor  $h_1$  conocido, se determina  $Y_1(h_1)$  (columnas 1 y 5 del Cuadro 8.1), y se coloca en la columna 4 del Cuadro 8.2.
- Con  $Y_1(h_1)$  y  $\bar{Q}_a$  conocidos (columnas 4 y 5 del Cuadro 8.2) y con la Ecuación (8.23) se determina  $Y_2(h_{i-1})$ . Se coloca este valor en la columna 6 del Cuadro 8.2. Se debe recordar que:

$$\bar{Q}_{a_i} = \frac{Q_{a_i} + Q_{a_{i-1}}}{2}$$

- Con  $Y_2(h_{i+1})$  conocido se determina  $h_{i+1}$  por medio del Cuadro 8.1 preparado, columnas 6 y 1. Se coloca este valor en la columna 7 del Cuadro 8.2.
- Con  $h_{i+1}$  conocido, se calcula  $Q_{s,i+1}$  del Cuadro 8.1 preparado, columnas 1 y 3. Se coloca este valor en la columna 8 del Cuadro 8.2.
- Se repiten los numerales a, b, c y d, haciendo  $h_i$  y  $Q_{s,i}$  (nuevo intervalo) respectivamente iguales a  $h_{i+1}$  y  $Q_{s,i+1}$  (viejo intervalo).

### 8.2.2.3 Rebosadero con compuertas

Supóngase ahora que se quiera mantener el nivel del embalse durante una creciente. Si este embalse cuenta con rebosadero provisto de compuertas, entonces se pueden abrir tantas compuertas como sea necesario para mantener el referido nivel. Se supone dicho rebosadero rectangular y a tajo abierto.

La única modificación que se exige hacer a la Ecuación (8.19) para atender el mencionado cambio es considerar el número  $n_i$  y  $n_{i+1}$  de compuertas abiertas en los tiempos  $t_i$  y  $t_{i+1}$ .

$$\bar{Q}_a - \frac{1}{2} (n_i Cl h_i^{3/2} + n_{i+1} Cl h_{i+1}^{3/2}) = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t} \quad (8.24)$$

en donde, en este caso,  $l$  es el ancho de cada compuerta en un rebosadero rectangular a tajo abierto.

Las funciones:

$$Y_1(h_i, n_i) = \frac{V_i}{\Delta t} - \frac{n_i}{2} Cl h_i^{3/2} \quad (8.25)$$

$$Y_2(h_{i+1}, n_{i+1}) = \frac{V_{i+1}}{\Delta t} + \frac{n_{i+1}}{2} Cl h_{i+1}^{3/2} \quad (8.26)$$

sirven para definir:

$$\bar{Q}_a + Y_1(h_i, n_i) = Y_2(h_{i+1}, n_{i+1}) \quad (8.27)$$

Ahora los cuadros o gráficos de  $Y_1$  y  $Y_2$  tendrán dos datos de entrada: uno para  $h$  y otro para  $n$ .

Iniciando el procedimiento para el tiempo igual a cero con un cierto número  $n_0$  de compuertas abiertas, se puede calcular el lado izquierdo de la Ecuación (8.27), y por consiguiente  $Y_2(h_i, n_i)$  en el tiempo igual a 1. Del gráfico o el cuadro de  $Y_2(h, n)$  se obtienen valores  $(h, n)$  que satisfagan el valor calculado  $Y_2(h_i, n_i)$ .

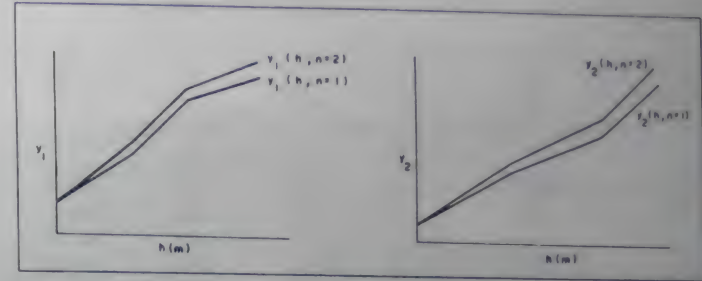


Figura 8.7. Tránsito de crecientes en embalses con rebosadero con compuertas. Curvas  $Y_1(h, n)$  y  $Y_2(h, n)$ .

Supóngase que se toma  $n=n_0$ , es decir que permanece para todo el intervalo de tiempo el mismo número  $n_0$  de compuertas abiertas. Si  $h_i$  fuera mayor de  $h_0$  pero no llegase al valor límite fijado en el proyecto como crítico, se puede mantener el mismo número de compuertas abiertas para el próximo intervalo. Así se prosigue hasta que se haga necesario abrir más compuertas, o posteriormente cerrarlas para mantener el nivel deseado.

## 8.3 PROPAGACIÓN DE CRECIENTES EN RÍOS Y CANALES

### 8.3.1 Consideraciones teóricas

Existen varios métodos para propagación de crecientes en ríos y canales, pero el utilizado aquí es el método desarrollado por Mc Carthy en conexión con estudios de propagación de crecientes en el río Muskingum, en Ohio, Estados Unidos.

Como todos los métodos hidrológicos, éste no hace uso de las ecuaciones diferenciales de movimiento variado en canales, sino de la forma particular de la ecuación de continuidad (conservación de masa).

Se debe recalcar que para el propósito de este capítulo, es decir "acompañar" una onda de creciente a lo largo de un río o un canal, los métodos hidrológicos, y en particular el de Muskingum, son satisfactorios.

Cuando se desea "acompañar" una onda a lo largo de un canal, producido por la maniobra de compuertas por ejemplo, se recomienda alguno de los métodos hidráulicos conocidos (método de las características, por ejemplo).



### 8.3.2 Método de Muskingum

#### 8.3.2.1 Descripción

##### a. Primera aproximación

Una onda de crecienta puede ser visualizada por medio de la figura siguiente:

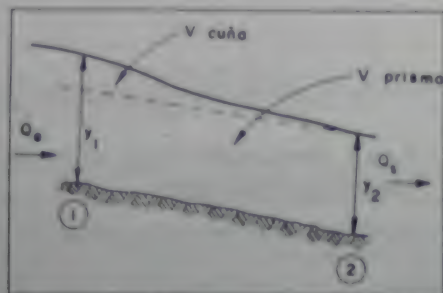


Figura 8.8. Tránsito de crecientes en canales. Onda de crecienta

Durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$  el valor del caudal  $Q_e$  supera al caudal  $Q_s$ , haciendo que se acumule un volumen  $\Delta V$  en el trecho considerado.

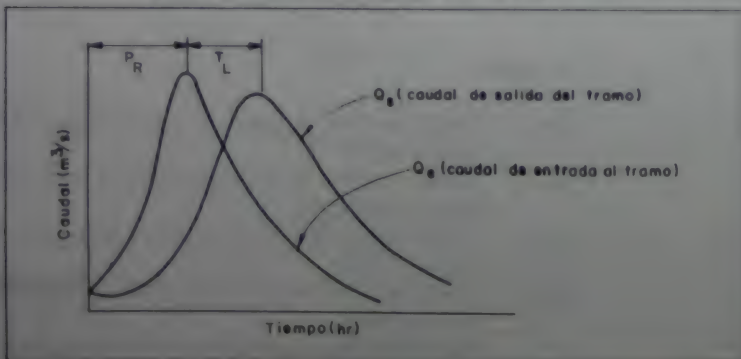


Figura 8.9. Hidrogramas de crecienta de entrada y salida al tramo de un canal.

Llamando  $Y_1$  a la altura de agua en la sección 1, y  $Y_2$  a la altura de agua en la sección 2, se sabe que es posible ajustar funciones del tipo:

$$Q_e = a Y_1^n \quad (8.28)$$

$$Q_s = a Y_2^n \quad (8.29)$$

en donde  $a$  y  $n$  son constantes.

El volumen total del trecho considerado puede ser dividido en dos partes: una proporcional a  $Y_1$  y la otra proporcional a  $Y_2$ . Siendo  $X$  el peso de la parte proporcional a  $Y_1$ , se tiene

$$V = X(b Y_1^m) + (1 - X)(b Y_2^m) \quad (8.30)$$

en donde  $b$  y  $m$  son constantes.

Substituyendo los valores de  $Y_1$  y  $Y_2$  de las ecuaciones (8.28) y (8.29) en (8.30), se tiene:

$$V = X b \left( \frac{Q_e}{a} \right)^{\frac{m}{n}} + (1 - X) b \left( \frac{Q_s}{a} \right)^{\frac{m}{n}} \quad (8.31)$$

Rearreglando, se tiene:

$$V = \frac{b}{a^{\frac{m}{n}}} [Q_s^{\frac{m}{n}} + X(Q_e^{\frac{m}{n}} - Q_s^{\frac{m}{n}})] \quad (8.32)$$

Considerando la fórmula de Manning para canales rectangulares se tendría  $n = 5/3$  y  $m = 1$ . Para canales naturales, en general  $m > 1$ . Se adopta, de esta manera, para dichos canales naturales el valor de  $m/n = 1$ . Se utiliza también la siguiente notación:

$$\frac{b}{a^{\frac{m}{n}}} = k \quad (8.33)$$

La Ecuación (8.32) queda:

$$V = k (Q_s + X(Q_e - Q_s)) \quad (8.34)$$

##### b. Segunda aproximación

Se puede llegar a la Ecuación (8.34) considerando el siguiente raciocinio:

- El volumen total está compuesto por el volumen de cuña  $V_c$  y el del prisma  $V_p$ , de acuerdo con la Figura 8.8.
- El volumen de cuña es proporcional a la diferencia  $Q_e - Q_s$ , mientras que el volumen de prisma es proporcional a  $Q_s$ . Es decir:

$$V_c = k'(Q_e - Q_s) \quad (8.35)$$



$$V_p = k Q_s \quad (8.36)$$

$$V = k Q_s + k' (Q_e - Q_s) \quad (8.37)$$

- Llamando  $X$  el peso del volumen de la cuña en el cálculo del volumen total, y haciendo por consiguiente  $k' = kX$ , se tiene:

$$V = k (Q_s + X (Q_e - Q_s))$$

### c. Tercera aproximación

El método de Muskingum es una técnica de tránsito hidrológico, es decir una solución que satisface la conservación de masa, pero no considera directamente la dinámica de la onda de creciente.

Por conservación de masa:

$$\bar{Q}_e - \bar{Q}_s = \Delta V / \Delta t \quad (8.38)$$

$\bar{Q}_e$ : caudal entrante promedio al tramo de canal ( $m^3/s$ )  
 $\bar{Q}_s$ : caudal saliente promedio del tramo de canal ( $m^3/s$ )  
 $\Delta V$ : cambio de almacenamiento ( $m^3$ )  
 $\Delta t$ : intervalo de tiempo (s)

Una solución es obtenida expresando el almacenamiento en términos de caudal de entrada y de salida.

- I. Para flujo estacionario ( $\delta y / \delta t = 0$ ) (caudal constante), el almacenamiento en un tramo de caudal es:

$$\text{donde:} \quad V = k Q_s \quad (8.39)$$

$V$ : volumen de agua en almacenamiento ( $m^3$ )  
 $k$ : constante de almacenamiento, definida como el tiempo de viaje promedio de la onda de creciente a través del tramo (s)  
 $Q_s$ : caudal de salida en el tramo ( $m^3/s$ )

- II. Una onda de creciente obviamente es un flujo no estacionario ( $\delta y / \delta t \neq 0$ ) (caudal variable), y se requiere una ecuación adicional para describir el almacenamiento de la cuña y el prisma que ocurre en una onda de creciente que avanza (Figura 8.8).

El almacenamiento puede ser expresado como:

$$V = k Q_s + k (Q_e - Q_s) X$$

en donde:

$k$ : constante de almacenamiento, aproximadamente igual al tiempo promedio de viaje de la onda de creciente a través del tramo (s)  
 $Q_s$ : caudal de salida del tramo ( $m^3/s$ )  
 $Q_e$ : caudal de entrada al tramo ( $m^3/s$ )  
 $X$ : factor de peso para el almacenamiento de la cuña, adimensional.

### 8.3.2.2 Formulación de la forma de trabajo de la ecuación de tránsito de Muskingum

Las ecuaciones (8.34) y (8.38) pueden ser combinadas como:

$$\left( \frac{Q_{e1} + Q_{e2}}{2} \right) - \left( \frac{Q_{s1} + Q_{s2}}{2} \right) = \left[ \frac{k}{\Delta t} Q_{s2} + \frac{kX}{\Delta t} (Q_{e2} - Q_{s2}) \right] - \left[ \frac{k}{\Delta t} Q_{s1} + \frac{kX}{\Delta t} (Q_{e1} - Q_{s1}) \right] \quad (8.40)$$

en donde:

$Q_{e1}$ : caudal entrante al tramo de canal al inicio del incremento de tiempo ( $m^3/s$ )  
 $Q_{e2}$ : caudal entrante al tramo de canal al final del incremento de tiempo ( $m^3/s$ )  
 $Q_{s1}$ : caudal saliente del tramo de canal al inicio del incremento de tiempo ( $m^3/s$ )  
 $Q_{s2}$ : caudal saliente del tramo de canal al final del incremento de tiempo ( $m^3/s$ )

Substituyendo y reorganizando la Ecuación (8.40):

$$Q_{s2} = C_o Q_{e2} + C_1 Q_{e1} + C_2 Q_{s1} \quad (8.41)$$

en donde:

$$C_o = \frac{-2kX + \Delta t}{2k(1-X) + \Delta t} \quad (8.42)$$

$$C_1 = \frac{2kX + \Delta t}{2k(1-X) + \Delta t} \quad (8.43)$$

$$C_2 = \frac{2k(1-X) - \Delta t}{2k(1-X) + \Delta t} \quad (8.44)$$

La Ecuación (8.41) es la forma de trabajo de la ecuación de tránsito de Muskingum. El caudal de entrada y los valores apropiados de  $k$ ,  $X$  y  $\Delta t$  son necesarios para la determinación del caudal de salida.

El factor de peso para el almacenamiento de cuña depende de las características del canal y de la onda de creciente.

Los valores están restringidos para  $0 \leq X \leq 0.50$ . Cuando  $X = 0$  el método de Muskingum se convierte en el tránsito de crecientes a través de embalses. Cuando  $X = 0.50$  la onda de creciente se traslada aguas abajo sin cambio en forma. Algunos autores sugieren usar un valor promedio para canales naturales entre 0.20 y 0.25. Sin embargo, ciertos estudios han indicado que  $X$  puede ser satisfactoriamente predicho usando la longitud del canal y la pendiente del fondo del río.

Nótese que para:

$$X = 0 \quad C_0 = \frac{\Delta t}{2k + \Delta t}$$

$$C_1 = \frac{\Delta t}{2k + \Delta t}$$

$$C_2 = \frac{2k - \Delta t}{2k + \Delta t}$$

y que para:

$$X = 0.5 \quad C_0 = \frac{-k + \Delta t}{k + \Delta t}$$

$$C_1 = \frac{k + \Delta t}{k + \Delta t}$$

$$C_2 = \frac{k - \Delta t}{k + \Delta t}$$

### 8.3.2.3 Estimaciones de $k$ y $X$

- a. Método primero: medición directa y simultánea de caudales, niveles de agua y áreas hidráulicas aguas arriba y abajo del tramo

Conociéndose por medición directa y simultánea los valores de una creciente  $Q_e(t)$  y  $Q_s(t)$  para un trecho del canal o río, y conociéndose además los valores  $Y_1(t)$   $Y_2(t)$ , se puede calcular directamente, adoptando la siguiente aproximación:

$$V = [A(Y_1) + A(Y_2)] \times l/2 \quad (8.45)$$

en donde:

- $A(Y_1)$ : área de la sección transversal de la corriente en la sección 1 correspondiente a la lámina de agua  $Y_1(m^2)$   
 $A(Y_2)$ : área de la sección transversal de la corriente en la sección 2 correspondiente a la lámina de agua  $Y_2(m^2)$   
 $l$ : longitud de la corriente entre la sección 1 y la sección 2, (m).

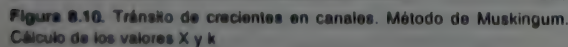
Adoptando un valor de  $X$ , por ejemplo  $X = X_1$ , para los diferentes valores de tiempo, se elabora un gráfico de  $Q_s + X_1(Q_e - Q_s)$  vs  $V$ , acumulando dichos valores en relación con el tiempo. Esta curva será una curva en lazo como se muestra en la Figura 8.10a. Si la curva no puede ser cerrada o razonablemente estrecha, se adopta otro valor para  $X$ , por ejemplo  $X = X_2$ , y así sucesivamente hasta llegar a  $X = X_n$ , y se repite el gráfico hasta cuando se obtenga una curva cerrada y estrecha como la de la Figura 8.10b. La recta AB, trazada en modo tal de ajustar de la mejor manera todos los puntos del gráfico tiene coeficiente angular igual a  $k$ . El valor  $X_n$  es el valor de  $X$  que mejor se ajusta a los datos.

- b. Método segundo: aplicación del inverso del proceso de propagación de crecientes a hidrogramas medidos aguas arriba y abajo del tramo

Los valores de  $k$  y  $X$  deben ser establecidos antes de que la Ecuación (8.40) de propagación pueda ser utilizada. Esto puede ser llevado a cabo aplicando el inverso del proceso de propagación de crecientes a hidrogramas medidos. La Ecuación (8.40) puede ser resuelta para dar

$$k = \frac{0.5 \Delta t [(Q_{e1} + Q_{e2}) - (Q_{s1} + Q_{s2})]}{X(Q_{e2} - Q_{e1}) + (1-X)(Q_{s2} - Q_{s1})} \quad (8.46)$$



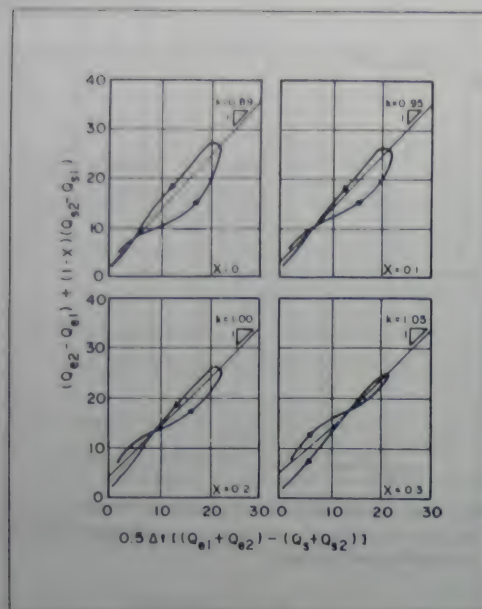


**Cuadro 8.3.** Método de Muskingum. Ejemplo de cálculo para determinación de los coeficientes  $k$  y  $X$ .

TIEMPO día y hora	Valores de D y $\Sigma D$ para valores supuestos de X															
	Qs =		X = 0													
	Flujo entra. (m <sup>3</sup> /s)	Flujo salida (m <sup>3</sup> /s)	Qs1 + Qs2 (m <sup>3</sup> /s)	Qs1 + Qs2 (m <sup>3</sup> /s)	Qs2 + Qs1 (m <sup>3</sup> /s)	Qs2 + Qs1 (m <sup>3</sup> /s)	N (a)	D n	D(b)	$\Sigma D$	D(b)	$\Sigma D$	D(b)	$\Sigma D$	D(b)	$\Sigma D$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)
Feb 26 AM	2.2	2.0	16.7	9.0	12.3	5.0	1.9		5.0		5.7		6.5		7.2	
PM	14.5	7.0	42.9	18.7	13.9	4.7	6.1	1.9	4.7	5.0	5.6	5.7	6.5	6.5	7.5	7.2
Feb 27 AM	28.4	11.7	60.2	28.2	3.4	4.8	8.0	8.0	4.8	9.7	4.6	11.3	4.5	13.0	4.3	14.7
PM	31.8	16.5	61.5	40.5	-2.1	7.5	5.2	16.0	7.5	14.5	6.7	15.9	5.6	17.5	4.6	19.0
Feb 28 AM	29.7	24.0	55.0	53.1	-4.4	5.1	0.5	21.2	5.1	22.0	4.1	22.6	3.2	23.1	2.3	23.8
PM	25.3	29.1	45.7	57.5	-4.9	-0.7	-2.9	21.7	-0.7	27.1	-1.1	26.7	-1.5	26.3	-2.0	25.9
Mar 1 AM	20.4	28.4	36.7	52.2	-4.1	-4.6	-3.9	18.8	-4.6	26.4	-4.8	25.6	-4.5	24.8	-4.4	23.9
PM	16.3	23.8	28.9	43.2	-3.7	-4.4	-3.6	14.9	-4.4	21.8	-4.3	21.0	-4.3	20.3	-4.2	19.5
Mar 2 AM	12.6	19.4	21.9	34.7	-3.3	-4.1	-3.2	11.3	-4.1	17.4	-4.0	16.7	-3.9	16.0	-3.9	15.3
PM	9.3	15.3	16.0	26.5	-2.6	-4.1	-2.6	8.1	-4.1	13.3	-4.0	12.7	-3.8	12.1	-3.6	11.4
Mar 3 AM	6.7	11.2	11.7	19.4	-1.7	-3.0	-1.9	5.5	-3.0	9.2	-2.8	8.7	-2.8	8.3	-2.6	7.8
PM	5.0	8.2	9.1	14.6	-0.9	-1.6	-1.4	3.6	-1.8	6.2	-1.7	5.9	-1.6	5.5	-1.6	5.2
Mar 4 AM	4.1	6.4	7.7	11.6	-0.5	-1.2	-1.0	2.2	-1.2	4.4	-1.2	4.2	-1.1	3.9	-0.9	3.6
PM	3.6	5.2	6.0	9.8	-1.2	-0.5	-1.0	1.2	0.6	3.2	-0.6	3.0	-0.7	2.8	-0.8	2.7
Mar 5 AM	2.4	4.6						0.2		2.6		2.4		2.1		1.9

(b) Numerador N es igual a 0.5 si: 'columna 4 - columna 5' en (m<sup>3</sup>/s) · días  
(c) Denominador D es igual a 'columna 7 - X (columna 6 - columna 7)' en (m<sup>3</sup>/s)





**Figura 8.11.** Tránsito de crecientes en corrientes de agua. Método de Muskingum. Determinación de coeficientes  $X$  y  $k$ .

### c. Método tercero: determinación empírica de los valores $k$ y $X$

Cuando no existen hidrogramas históricos al inicio y al final del tramo, es posible determinar empíricamente los valores de  $k$  y  $X$  por medio de características del referido tramo de la corriente en consideración.

#### I. Determinación de $k$

Aunque  $k$  se define como la constante de almacenamiento, no es un valor fijo. El tiempo de viaje a través del tramo es dependiente de las características hidráulicas del canal y de la dinámica de la onda de la creciente. Se espera que el tiempo de viaje varíe durante una creciente debido al cambio de la velocidad con el nivel. Afortunadamente, para cualquier conjunto canal-onda de creciente su rango es relativamente estrecho.

Cuando la diferencia del tiempo  $T_L$  (ver Figura 8.9) en pico es conocida,  $k$  puede ser aproximado a:

$$k = 1.37 T_L \quad (8.47)$$

en donde  $T_L$  es la diferencia en tiempo para el tramo entre el caudal pico de entrada y el caudal pico de salida.

El valor de  $k$  también puede ser determinado en términos de las características del canal y de la onda de creciente.

$$k = \frac{k_1 k_2 k_3 k_4 k_5}{15680} \quad (8.48)$$

donde:

- $k$ : constante del canal, tiempo de viaje promedio a través del tramo del canal (min)
- $k_1$ : tiene en cuenta el efecto de la pendiente del fondo del canal (min) (ver Figura 8.12)
- $k_2$ : tiene en cuenta el efecto de la longitud del canal (min) (ver Figura 8.13)
- $k_3$ : tiene en cuenta el efecto de la rugosidad del canal (min) (ver Figura 8.14)
- $k_4$ : tiene en cuenta el efecto del caudal inicial de entrada al tramo del canal (min) (ver Figura 8.15)
- $k_5$ : tiene en cuenta el efecto del caudal pico del hidrograma de entrada (min) (ver Figura 8.16)

#### II Determinación de $X$

Estudios han indicado que el valor de  $X$  puede ser satisfactoriamente predicho usando la longitud del canal y la pendiente de fondo del río (ver Figura 8.17).

#### 8.3.2.4 Guías generales

Inherente al procedimiento descrito es el concepto de que la superficie del agua en el tramo no debe ser disturbada (no existen salidas o entradas de agua en el tramo), y que el periodo de cálculo  $\Delta t$  debe ser lo suficientemente corto de tal manera que el hidrograma real de entrada al tramo pueda ser aproximado por una serie de segmentos rectilíneos.

Por otro lado, se debe observar que la parte de la cresta no debe pasar a través del tramo durante un periodo de cálculo sencillo. Esto implica que:

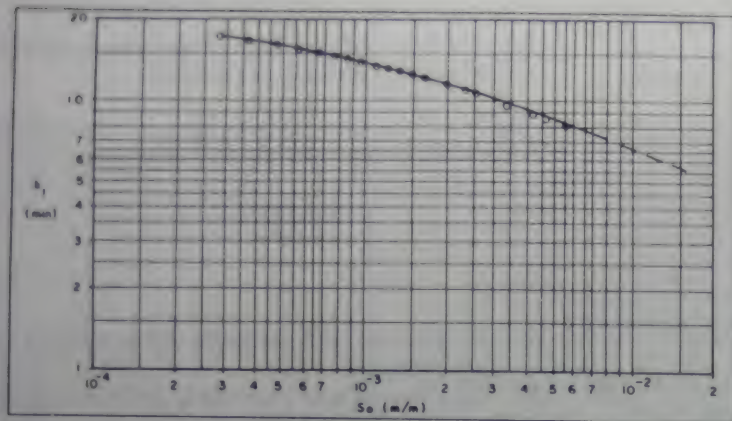


Figura 8.12. Variación de la constante de almacenamiento con la pendiente del fondo del canal

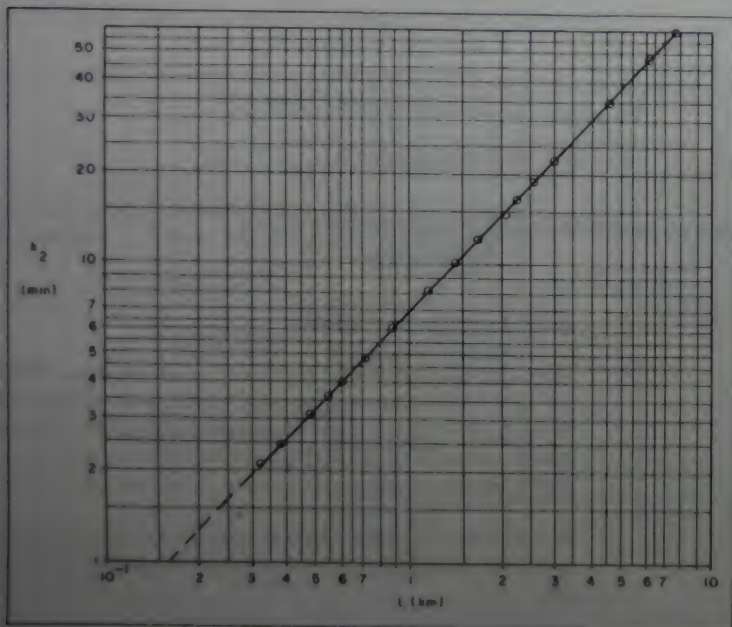


Figura 8.13. Variación de la constante de almacenamiento con la longitud del canal

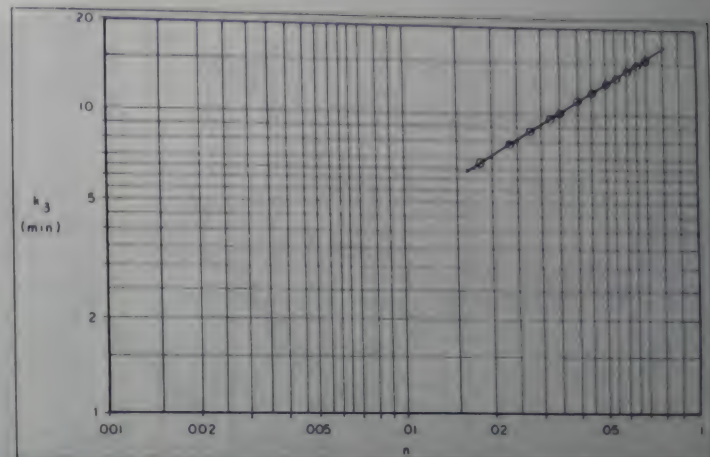


Figura 8.14. Variación de la constante de almacenamiento con el valor de la rugosidad de Manning  $n$  del cauce del canal

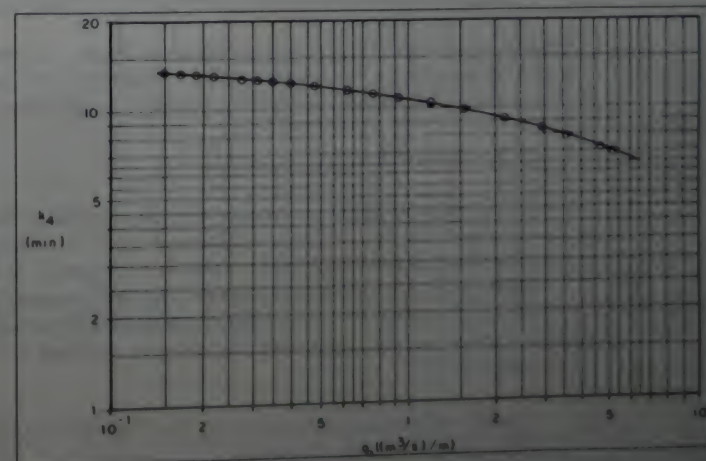


Figura 8.15. Variación de la constante de almacenamiento con el caudal unitario de entrada al tramo del canal



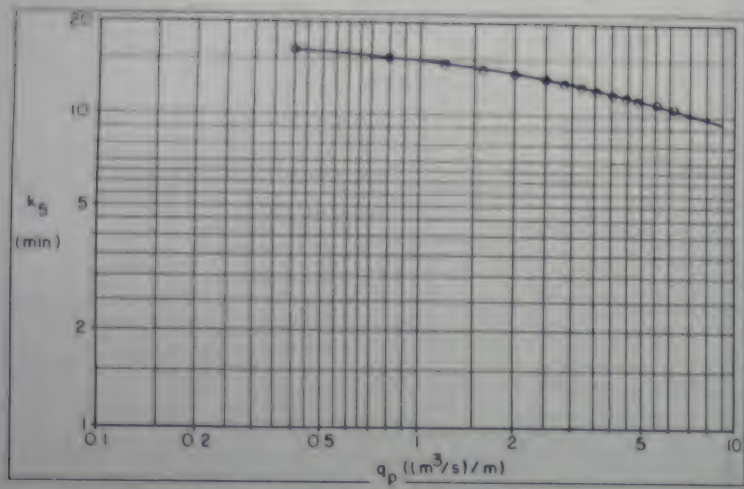


Figura 8.16. Variación de la constante de almacenamiento con el caudal pico del hidrograma de entrada al tramo del canal

$$\Delta t \leq k \leq \frac{1}{2} Pr \quad (8.49)$$

en donde  $Pr$  es el tiempo desde el inicio del caudal hasta el pico del hidrograma de entrada (ver Figura 8.9).  
Se sugiere que  $\Delta t = 2 kX$  es una escogencia satisfactoria. Esto simplifica los procedimientos, haciendo que  $C_0 = 0$  en la Ecuación (8.41).

### 8.3.2.5 Ejemplo de procedimiento de cálculo - Método de Muskingum

Dados en un tramo de canal:  
 $k = 30.4 \text{ min}$   
 $X = 0.47$

Suponer:  
 $\Delta t = 15 \text{ min}$

Se calcularon para la Ecuación (8.41) los valores:  
 $C_0 = -0.288$   
 $C_1 = 0.923$   
 $C_2 = 0.365$

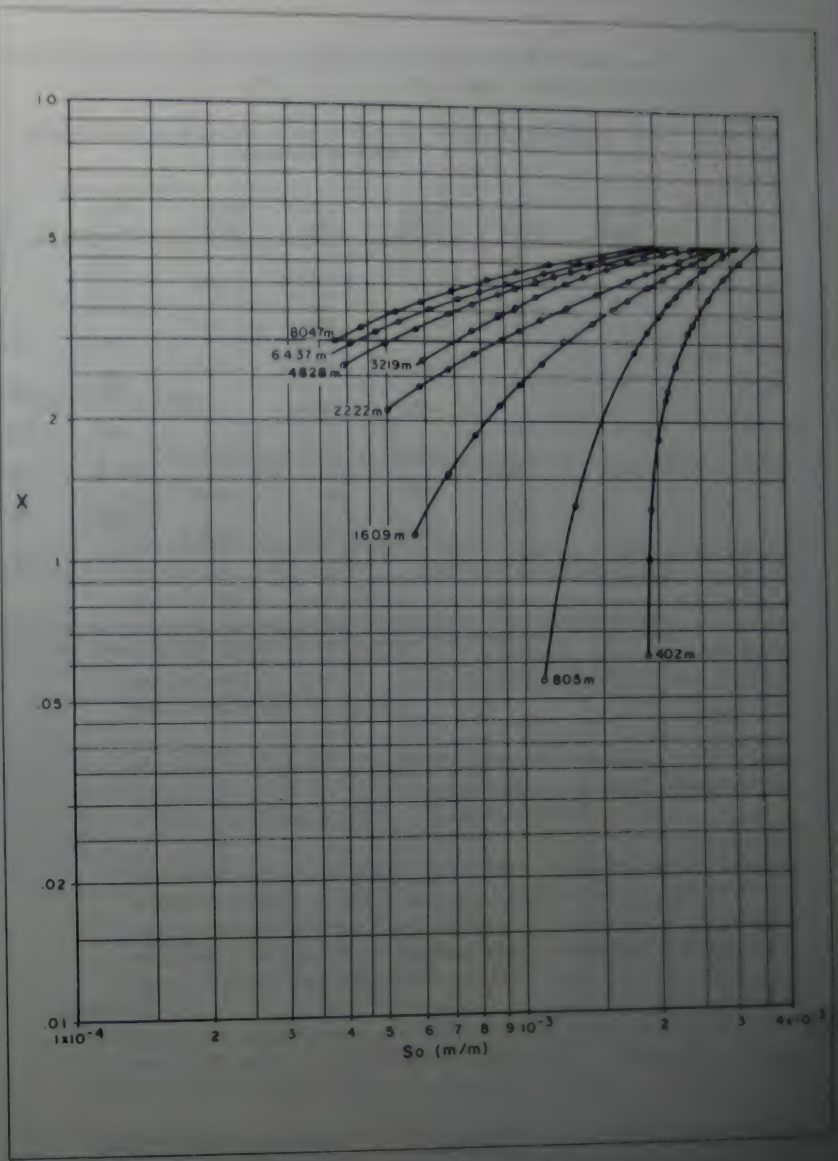


Figura 8.17. Variación de  $X$  con la longitud (m) y la pendiente del fondo del canal



Los cálculos del tránsito de la creciente, utilizando la Ecuación (8.41), se presentan en el Cuadro 8.4.

Cuadro 8.4. Ejemplo de cálculo de tránsito de creciente en un tramo de canal  
Método de Muskingum

Tiempo (min)	$Q_e$ (m³/s)	$C_2 Q_{e2}$ (m³/s)	$C_1 Q_{e1}$ (m³/s)	$C_3 Q_{e3}$ (m³/s)	$Q_e$ (m³/s)	$V(t)$ (m³x1000)
-15*	15				15.0	27.4
0	15	-4.3	13.8	5.5	15.0	27.4
15	60	-17.3	13.8	5.5	2.0	53.4
30	150	-43.2	55.4	0.7	12.9	141.1
45	300	-86.4	138.5	4.7	56.8	312.1
60	600	-172.8	276.9	20.7	124.8	635.0
75	450	-129.6	553.8	45.6	469.8	840.0
90	300	-86.4	415.4	171.5	500.5	741.0

#### NOTAS

\* Valores bajos de  $\Delta t$  pueden causar descargas negativas en cálculos de propagación al inicio del hidrograma. Es usual entonces extender artificialmente el valor inicial de caudal para este tiempo de comienzo ( $t=0$ ) uno o dos períodos hacia atrás, y comenzar los cálculos desde ahí.

(1)  $V = kQ_e + k(Q_e - Q_e)X$

## CAPITULO 9

### Régimen de corrientes de agua

## 9.1 GENERALIDADES



El análisis del hidrograma de un río lleva a las siguientes conclusiones:

- Los caudales medios diarios presentan valores variables, mostrando, por un lado, tendencias de acuerdo con las estaciones o épocas de lluvia o de sequía, como por ejemplo valores mayores de caudales en las épocas lluviosas que en las de estiaje. Por otro lado, muestran una aleatoriedad en la ocurrencia de estas variaciones, que dependen de un gran número de variables, posiblemente la lluvia y los factores geológicos como los más importantes.
- Se puede definir en el periodo considerado los caudales máximo, medio y mínimo, de cuyos valores depende gran parte del planeamiento relativo a la utilización de los recursos hídricos de un río.
- También es importante dentro de los recursos hídricos de una hoya hidrográfica destacar el hecho de que el caudal mínimo puede ser alcanzado apenas durante un cierto tiempo; en caso de que el periodo de estiaje sea más extenso los caudales estarán próximos al mínimo. Lo mismo se puede decir del caudal máximo.

Según el tipo de problema que se desee resolver y, principalmente, según el tamaño de la hoya hidrográfica, se puede desear saber las variaciones de los caudales medios diarios, mensuales o anuales.

Así, respecto a pequeñas hoyas que requieran un estudio de crecientes, se necesita conocer los caudales medios diarios y hasta horarios. Para una

hoya grande, si se requiere estudiar sequías o estiajes, por ejemplo, el conocimiento de los caudales medios mensuales puede ser suficiente.

Los factores más importantes que contribuyen a la variación del caudal en una corriente de agua se refieren en las siguientes secciones.

### 9.1.1 Factores geológicos

Una hoya bastante permeable, al recibir una cierta lluvia, da origen a una escorrentía superficial con un pico achatado y bastante retrasado en relación con el inicio de esa lluvia. Esto se debe a que hay una gran infiltración inicial, con la consiguiente acumulación de aguas subterráneas que contribuirán posteriormente al hidrograma de creciente. Una hoya relativamente impermeable, al recibir una cierta lluvia, da origen a una escorrentía superficial con pico agudo y no muy retrasada con respecto al inicio de esa lluvia. En la Figura 9.1 se presenta la comparación de lo que sucede con iguales lluvia y cuenca hidrográfica, si esta última fuera relativamente permeable o impermeable.

### 9.1.2 Factores pluviométricos

Lluvias muy intensas provocan crecientes en pequeñas hoyas. Las lluvias de menor intensidad pero de duración y cubrimiento grande provocan crecientes en grandes hoyas.

Es claro que lo que más interesa en relación con la escorrentía superficial es el volumen de lluvia total precipitada. El área de la hoya está asociada con la altura de lluvia precipitada para producir una escorrentía superficial determinada.

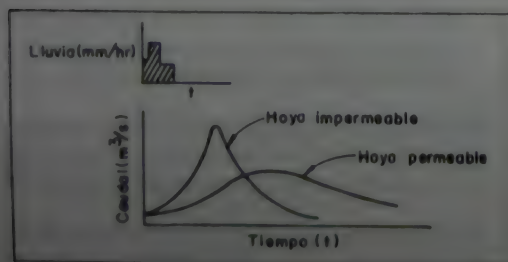


Figura 9.1 Respuesta a una lluvia de hoyas idénticas pero relativamente impermeable o permeable

### 9.1.3 Otros factores

#### 9.1.3.1 Humedad del suelo

Depende, a su vez, de precipitaciones antecedentes.

#### 9.1.3.2 Temperatura

Influye en la escorrentía de aguas subterráneas, la evaporación y la escorrentía superficial. Esta última principalmente al comienzo de su proceso cuando el agua escurre en finas capas sobre grandes áreas hasta llegar al curso de agua.

#### 9.1.3.3 Topografía

Influye en la infiltración y la escorrentía superficial. Una hoya con bastante inclinación da origen a mayor escorrentía superficial y menor infiltración. En una hoya plana el proceso rige de modo inverso.

#### 9.1.3.4 Tipo de vegetación

Influye en la infiltración y la detención superficial.

#### 9.1.3.5 Forma de la hoya

Una hoya hidrográfica relativamente circular es más propensa a crecientes que una hoya alargada, dado que el tiempo de recorrido del agua desde los sitios más lejanos hasta el sitio de interés en esta última es similar, y se puede producir una mayor concentración de escorrentía superficial.

#### 9.1.3.6 Dirección de la lluvia asociada a la forma de la hoya, a cadenas de montañas, vientos predominantes, etc.

Cuando una lluvia se dirige en el sentido de aguas arriba hacia aguas abajo de una hoya alargada, da origen a mayores picos de creciente del que daría si se dirigiese en el sentido inverso.

## 9.2 DIAGRAMA DE FRECUENCIAS

Si se desea saber la potencialidad de utilización de una corriente de agua, es necesario conocer con qué frecuencia ocurren caudales iguales o superiores a un valor determinado.



Es necesario conocer, también, algunos caudales que caracterizan el régimen de la corriente, tales como los caudales máximos y mínimos observados, y el caudal medio, definido para un número total  $N$  de observaciones, suficientemente grande, como:

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \int_{t=1}^N Q_j dt \quad (9.1)$$

en donde:

$\bar{Q}$  es el caudal medio,  $m^3/s$

$Q_j$  es la distribución del caudal en el período de observaciones,  $m^3/s$

La serie de caudales observados  $Q_j$  puede ser agrupada de valores mayores a menores, sin importar el orden cronológico de los datos; se estudia la variación de éstos en orden de magnitud. Se destacan los valores máximo y mínimo observados.

Estos caudales naturales  $Q_j$  pueden ser reagrupados en forma más significativa, distribuidos en intervalos menores que la amplitud total ( $Q_{max} - Q_{min}$ ). Así, si se dispone de un número  $N$  de valores  $Q_j$ , que constituyen una serie de valores crecientes variables entre el caudal mínimo  $Q_{min}$  y el máximo  $Q_{max}$  observados, de tal manera que se formen intervalos  $[Q_i, Q_{i+1}]$ , los caudales naturales  $Q_j$  pueden ser distribuidos de una manera más razonable.

El número  $n_i$  de valores  $Q_j$  comprendidos en el intervalo  $[Q_i, Q_{i+1}]$  representa la frecuencia absoluta  $f_i$ ; esto es, el número de veces que los caudales  $Q_j$  son verificados en el intervalo referido.

Cuadro 9.1. Ejemplo de cálculo de un diagrama de frecuencias de caudal

$i$	Intervalo clase de caudales ( $i$ ) ( $Q_i, Q_{i+1}$ )( $m^3/s$ )	Número de aumentos $n_i$ o frecuencia absoluta $f_i$	Frecuencia relativa (%)
1	3.80(2) - 7.97	46	25.56
2	7.97 - 12.14	65	36.11
3	12.14 - 16.31	32	17.78
4	16.31 - 20.48	11	6.11
5	20.48 - 24.65	13	7.22
6	24.65 - 28.82	6	3.33
7	28.82 - 32.99	3	1.66
8	32.99 - 37.16	1	0.56
9	37.16 - 41.33	2	1.11
$m=10$	41.33 - 45.50(3)	1	0.56
TOTAL		$N = 180$	100.00

#### NOTAS

- (1) El conteo de caudales  $Q_j$  en un intervalo de clase determinado, corresponde a los caudales que son mayores o iguales a  $Q_i$  y menores de  $Q_{i+1}$ .
- (2) El caudal  $Q_i$  corresponde al caudal mínimo observado. En el caso de esta serie es igual a  $3.80 m^3/s$ .
- (3) El caudal  $Q_{m+1}$  corresponde al caudal máximo observado. En el caso de esta serie corresponde a  $45.50 m^3/s$ .

El diagrama de frecuencias de caudal, de acuerdo con el Cuadro 9.1, puede ser graficado de la manera como se muestra en la Figura 9.2

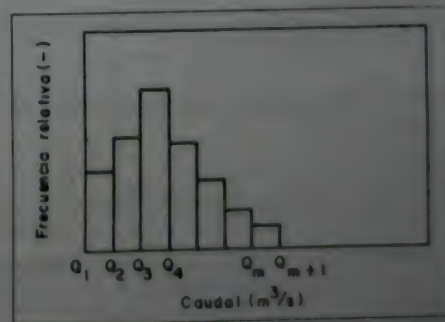


Figura 9.2. Diagrama de frecuencias de caudales

## 9.3 CURVA DE DURACIÓN O PERMANENCIA DE CAUDALES

### 9.3.1 Definición

La curva de duración de caudales, o de permanencia, puede ser definida para caudales diarios, mensuales, anuales, etc.

Suponiendo un arreglo de caudales por medio de los intervalos de clase ( $Q_i, Q_{i+1}$ ) escogidos en el Cuadro 9.1, se puede construir el Cuadro 9.2.

Cuadro 9.2. Ejemplo de cálculo de la curva de duración de caudales.

i	Caudales $Q_i$ ( $m^3/s$ )	Frecuencia (1) absoluta, $f_i$ (-)	Frecuencia (2) absoluta acumulada, $FA_i$ (-)	Frecuencia acumulada relativa, $F_i$ (%)
	$Q_{max} = 45.50$	1	1	0.55
m=10	41.33	0	1	0.55
9	37.16	2	3	1.67
8	32.99	1	4	2.22
7	28.82	3	7	3.89
6	24.65	6	13	7.22
5	20.48	13	26	14.44
4	16.31	11	37	20.56
3	12.14	32	69	38.33
2	7.97	85	134	74.44
1	$Q_{min} = 3.80$	46	180	100.00
TOTAL		N = 180		

#### NOTAS

(1) La frecuencia absoluta  $f_i$  representa el número de veces que los caudales  $Q_i$  fueron verificados en un intervalo específico.

(2) La frecuencia absoluta acumulada representa el número de veces que los caudales  $Q_i$  fueron mayores o iguales a un valor  $Q_i$  determinado.

Suponiendo, entonces, que los intervalos de clase de caudales  $Q_i$  son de forma tal que

$$Q_i \leq Q_j < Q_{i+1}$$

y que el valor máximo  $Q_{max}$  ocurre solamente  $k$  veces en  $N$  número de veces de caudal, la expresión

$$FA_i = k + \sum_{j=i}^m f_j \quad (9.2)$$

es llamada la duración del caudal  $Q_i$ , para  $Q_i$  diferente de  $Q_{max}$ , siendo  $m$  el número de intervalos de clase seleccionado.

La duración representa pues, el intervalo de tiempo  $FA_i$ , durante el cual los caudales  $Q_i$  se mantuvieron iguales o superiores al valor  $Q_i$ . La frecuencia acumulada relativa se expresa como  $F(Q_i \geq Q_i) = (FA_i/N)$ .

Se da el nombre de curva de duración o de permanencia de caudales a la representación gráfica en orden decreciente de los caudales observados  $Q_i$ , duración normalmente expresada en porcentaje. Como cada dato de caudal corresponde a un intervalo de tiempo (hora, día, mes, año), hay una correspondencia entre aquel porcentaje y el período total de datos.

Para la construcción de esta curva se grafican los valores  $Q_i$  del cuadro anterior, en el eje de las ordenadas, contra su frecuencia acumulada relativa correspondiente, en el eje de las abscisas.

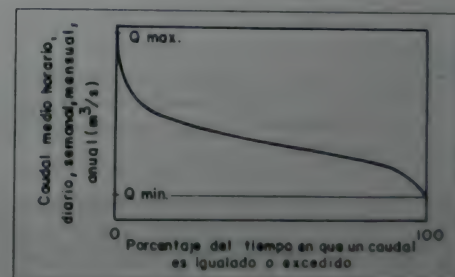


Figura 9.3. Curva de duración de caudales.

### 9.3.2 Utilización de curvas de duración de caudales para deducción de características de cuencas hidrográficas

Las curvas de duración de caudales pueden utilizarse, principalmente en la parte de sus extremos, para la deducción de características de sus respectivas cuencas hidrográficas. Se expondrán algunos casos:

## a. Parte baja de la curva

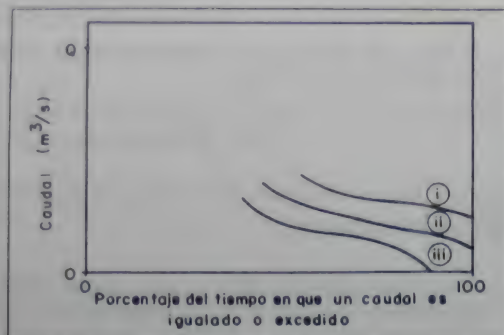


Figura 9.4. Parte baja de la curva de duración de caudales. Deducción de características de cuencas hidrográficas.

## Curva I

- Agua subterránea aporta caudales a la hoya.
- En general, baja permeabilidad.
- En general, buena retención de agua.

## Curva II

- Agua subterránea aporta hasta caudales bajos a la hoya.
- En general, una retención de agua menos buena y, o, mayor permeabilidad que en curva I.

## Curva III

- Río intermitente o efímero.
- En general, buen sistema de drenaje superficial.
- En general, permeabilidad alta.

## b. Parte alta de la curva

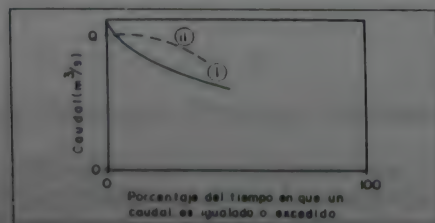


Figura 9.5. Parte alta de la curva de duración de caudales. Deducción de características de cuencas hidrográficas.

## Curva I

- Menor número de caudales bajos, lo que puede significar una hoya hidrográfica correspondiente a un río pequeño, cuyas crecientes duran no mucho.
- El área de drenaje puede no ser muy grande, lo cual podría implicar que la hoya está en zona montañosa.
- La precipitación se da en periodos cortos del año.
- Hoya hidrográfica que podría tener buen drenaje y poca retención de agua.

## Curva II

- Mayor número de caudales altos, lo cual podría significar una hoya más grande que la de la curva I.
- Sistema de tributarios de drenaje está desfasado y no produce grandes caudales máximos.
- Características de curvas de duración de caudales típicas al derretirse la nieve en una hoya hidrográfica.

### 9.3.3 Extensión de curva de duración de caudales de periodo de registro corto a periodo de registro largo

En caso de que dos hoyas hidrográficas que sean hidrológicamente semejantes, cuenten una de ellas con una curva de duración de caudales con un periodo de registro relativamente corto y la otra con uno largo, la primera curva podrá ser extendida al periodo de registro de la segunda. El procedimiento que se debe seguir es el siguiente, supuesta cada hoya con su respectiva curva de duración:

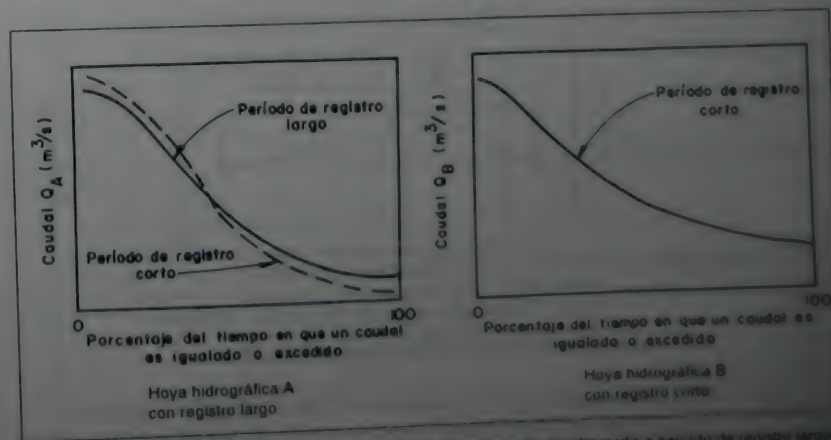


Figura 9.6. Extensión de curva de duración de caudales de periodo de registro corto a periodo de registro largo.



Para la hoya A, con período de registro largo, se deduce otra curva de duración de caudales con el mismo período de registro (corto) correspondiente a la hoya B. Esta curva se presenta a trazos en la figura correspondiente a la hoya hidrográfica A, con registro largo. Para cada porcentaje del tiempo en que un caudal es igualado o excedido, en la hoya hidrográfica con registro largo A, se puede entonces determinar la relación:

$$\left( \frac{Q_{\text{Registro Largo}}}{Q_{\text{Registro Corto}}} \right)_A$$

Finalmente, suponiendo que la relación entre los caudales para períodos de registro corto y largo es igual para ambas hoyas, se puede deducir el caudal del período de registro largo en la hoya B (correspondiente al mismo período de registro largo de la hoya A), para cada porcentaje de tiempo en que un caudal es igualado o excedido, de la siguiente manera:

$$Q_{\text{Registro Largo}_B} = Q_{\text{Registro Corto}_B} \times \left( \frac{Q_{\text{Registro Largo}}}{Q_{\text{Registro Corto}}} \right)_A \quad (9.3)$$

### 9.3.4 Determinación de una curva de duración de caudales en una hoya hidrográfica en caso de inexistencia de datos de caudal

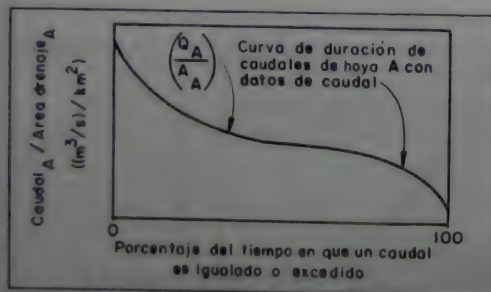


Figura 9.7 Determinación de curva de duración de caudales en hoya hidrográfica sin datos de caudal

Para este procedimiento se requiere una hoya hidrográfica A que sea hidrológicamente semejante a la hoya de interés B, y que posea su propia curva de duración de caudales durante un período de tiempo razonable. Para la hoya B, de interés, que no posee datos, se puede deducir su propia

curva, suponiendo que la relación  $Q/A$ , para cada porcentaje del tiempo, es igual a la de la hoya con datos de caudal, siendo A el valor correspondiente al área de drenaje.

$$Q_B = \frac{A_B}{A_A} Q_A \quad (9.4)$$

## 9.4 CURVA DE UTILIZACIÓN

Para cada caudal derivado, y para cualquier tipo de aprovechamiento con caudal mayor que el mínimo, existe un período de tiempo en el que los caudales naturales son mayores que el caudal derivado, y un período en el que son menores.

Es claro que un aprovechamiento hídrico proyectado para derivar al máximo un cierto caudal (mayor que el mínimo) solo podrá utilizar en promedio un valor menor. De ahí el concepto de caudal medio utilizable  $Q_u$ , el cual puede ser calculado de la siguiente manera:

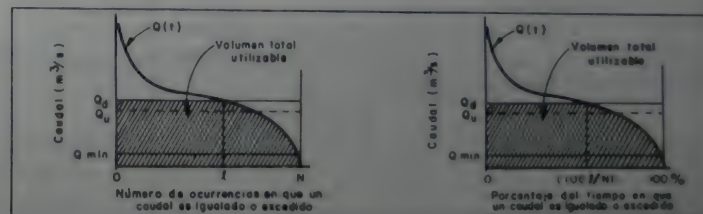


Figura 9.8. Curva de duración de caudales. Caudales y volúmenes utilizables.

$$Q_u = \frac{1}{N} [Q_d l + \int_l^N Q(t) dt] \quad (9.5)$$

en donde:

- N: número total de ocurrencias de caudal
- l: número de ocurrencias de caudal correspondiente al corte de  $Q_d$  con la curva de duración de caudales
- $Q(t)$ : valores del caudal correspondientes a diferentes ocurrencias acumuladas en la curva de duración de caudales,  $m^3/s$
- $Q_d$ : caudal máximo derivado,  $m^3/s$
- $Q_u$ : caudal medio utilizable,  $m^3/s$

Es fácil observar que el valor de  $Q_u$  está comprendido entre el caudal máximo derivado  $Q_d$  y el caudal mínimo observado  $Q_{\min}$ .

En los cálculos económicos asociados al planeamiento de un aprovechamiento hídrico cualquiera, los costos de las obras están relacionados con el caudal máximo derivable, mientras que los beneficios se relacionan con el caudal medio utilizable.

Es claro que el caudal medio utilizable máximo es igual al caudal promedio.

$$Q_{\max} = \bar{Q} \Rightarrow Q_{\max} = \frac{1}{N} \int_0^N Q(t) dt \quad (9.6)$$

y que

$$Q_{\min} = Q_{\min} \quad (9.7)$$

Adicionalmente, utilizando en las abscisas de la curva de duración de caudales el porcentaje del tiempo, el caudal medio utilizable se puede expresar como:

$$Q_u = \frac{1}{100} \left[ Q_d \left( \frac{100}{N} \right) + \int_0^{\left( \frac{100}{N} \right)} Q(t) dt \right] \quad (9.8)$$

El volumen promedio utilizable es igual al caudal promedio utilizable por la duración, en segundos, del intervalo de discretización  $\Delta t$  con que se haya trabajado la curva de duración de caudales (hora, día, semana, mes, año, etc.). El volumen promedio utilizable, entonces, se referirá al que se obtendrá en una hora, un día, una semana, un mes, un año, etc.

$$V_u = Q_u \Delta t \quad (9.9)$$

## 9.5 CAUDALES Y VOLÚMENES PERDIDOS Y DEFICITARIOS

Si bien los cálculos de volúmenes de embalses a partir de la curva de duración de caudales tienen poca aplicación debido al hecho de que tales volúmenes dependen de la secuencia cronológica de los caudales, se presentan aquí los conceptos de volúmenes perdidos y deficitarios, los cuales pueden ser de utilidad para proyectos de recursos hídricos.

### 9.5.1 Caudal y volumen perdido promedio

$$Q_p = \frac{1}{N} \left[ \int_0^{\left( \frac{100}{N} \right)} Q(t) dt - Q_d l \right] \quad (9.10)$$

$$\text{o } Q_p = \frac{1}{100} \left[ \int_0^{\left( \frac{100}{N} \right)} Q(t) dt - Q_d \left( \frac{100}{N} l \right) \right] \quad (9.11)$$

en donde,

- $N$ : número total de ocurrencias de caudal  
 $l$ : número de ocurrencias de caudal correspondiente al corte de la curva de duración de caudales  
 $Q_d$ : caudal máximo derivado,  $m^3/s$   
 $Q(t)$ : valores del caudal correspondientes a diferentes ocurrencias porcentajes acumulados en la curva de duración de caudales,  $m^3/s$   
 $Q_p$ : caudal perdido promedio,  $m^3/s$

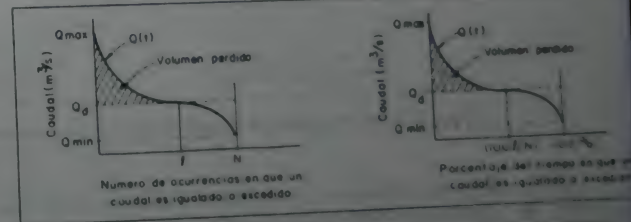


Figura 9.9. Curva de duración de caudales. Caudales y volúmenes perdidos promedio

La determinación del volumen promedio perdido  $V_p$  se efectúa de una manera similar a la del volumen utilizable promedio.

### 9.5.2 Caudal y volumen deficitario promedio

$$Q_{df} = \frac{1}{N} \left[ Q_d \left( \frac{N-l}{N} \right) - \int_l^N Q(t) dt \right]$$



$$\delta \quad Q_{def} = \frac{1}{100} \left[ Q_d \frac{(N-l)}{N} \times 100 - \int_{\left(\frac{(100-l)}{N}\right)^{\infty}}^{100\%} Q(t) dt \right] \quad (9.13)$$

en donde,

- $N$ : número total de ocurrencias de caudal  
 $l$ : número de ocurrencias de caudal correspondiente al corte de  $Q_d$  con la curva de duración de caudales  
 $Q_d$ : caudal máximo derivado,  $m^3/s$   
 $Q(t)$ : valores del caudal correspondientes a diferentes ocurrencias o porcentajes acumulados en la curva de duración de caudales,  $m^3/s$   
 $Q_{def}$ : caudal deficitario promedio,  $m^3/s$

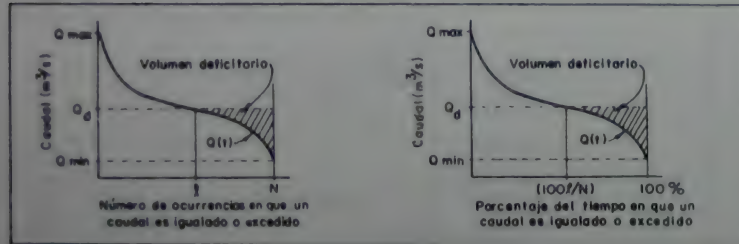


Figura 9.10. Curva de duración de caudales. Caudales y volúmenes deficitarios promedio.

La determinación del volumen deficitario promedio  $V_{def}$  se efectúa de manera similar a la del volumen utilizable promedio.

La curva de duración de caudales normalmente presenta un quiebre abrupto para los valores de tiempo entre el 95% y el 100%. Así, el volumen deficitario calculado para un caudal próximo al mínimo da, aproximadamente, en caso de proyectarse un aprovechamiento hídrico con embalse, el volumen de dicho embalse necesario para mantener el caudal derivado todo el tiempo.

### 9.5.3 Relaciones caudal derivable contra caudal medio utilizable, caudal medio perdido y caudal medio deficitario

Para cada caudal máximo derivable se puede determinar el caudal medio utilizable, el caudal perdido promedio y el caudal deficitario promedio.

Los resultados se presentan en una gráfica como la mostrada en la Figura 9.11.

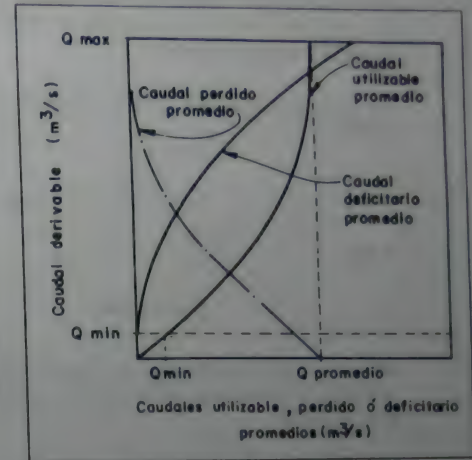


Figura 9.11. Relaciones caudal derivable contra caudal utilizable, perdido y deficitario promedios.



# **CAPITULO 10**

***Regulación de  
caudales y control  
de sequías***

## 10.1 GENERALIDADES



ado que el aprovechamiento de los recursos hídricos de un río prevé la retirada de un valor de caudal mayor que el mínimo, se hace necesaria la reserva de los excesos sobre el caudal de derivación para atender los períodos cuyos caudales naturales sean menores que aquel derivado.

La operación de un embalse cuando se desea derivar un caudal constante o no muy variable (de un embalse que recibe caudales muy variables en el tiempo) es, de hecho, una regulación de caudales. Por otro lado, los métodos tratados en este capítulo se aplican también al caso de un embalse de abastecimiento de agua que recibe un caudal constante de entrega y suministra un caudal variable para una red de distribución.

En este capítulo básicamente serán tratados tres problemas:

- a. Conocidos los caudales naturales o de entrada al embalse, calcular el volumen de éste para atender una ley dada de caudales regulados o de salida del embalse.
- b. Dados un embalse y una ley de regulación, calcular los volúmenes de agua existentes en el embalse en función del tiempo.
- c. Dado un cierto embalse, determinar una ley para los caudales regulados que más se aproxime a la regulación total, es decir, a la derivación constante del caudal promedio natural.

Las soluciones de estos problemas son básicas para el proyecto y la operación de embalses de regulación de caudales.

## 10.2 CÁLCULO DE VOLUMEN DE UN EMBALSE PARA ATENDER A UNA LEY DE REGULACIÓN

### 10.2.1 Método analítico

Se acostumbra definir la ley de regulación por medio de la función:

$$y(t) = \frac{Q_r(t)}{\bar{Q}} \quad (10.1)$$

en donde:

$\bar{Q}$ : es el caudal promedio natural en el período considerado

$Q_r(t)$ : es el caudal regulado en función del tiempo  $t$

Dada la secuencia en el tiempo de los caudales naturales  $Q(t)$  y conocida la ley de regulación  $y(t)$ , es posible determinar la capacidad mínima del embalse para atender esa ley. Aquí, el caudal regulado  $Q_r(t)$  se refiere a los caudales que salen del embalse en el tiempo  $t$ . No se hará mención de la evaporación, pero ésta podrá ser calculada como función del área líquida expuesta y de los datos climatológicos. La evaporación podrá también ser sustraída de los caudales naturales que entran al embalse.

La capacidad mínima de un embalse para atender una cierta ley de regulación es dada por la diferencia entre el volumen acumulado que sería necesario para atender aquella ley en el período más crítico de sequía, y el volumen acumulado que afluye al embalse en el mismo período.

Considerados varios períodos de sequía, el más crítico es aquel que resulta en la mayor capacidad del embalse. Así, se puede calcular la capacidad del embalse para varios períodos de sequía y adoptar la mayor capacidad encontrada. Sea, por ejemplo, un año con el hidrograma dado en la Figura 10.1.

Supóngase que se propone la siguiente ley de regulación:

$$y(t) = \frac{Q_r(t)}{\bar{Q}} = 1 \quad (10.2)$$

Esto significa que se desea un caudal regulado constante e igual al caudal medio.

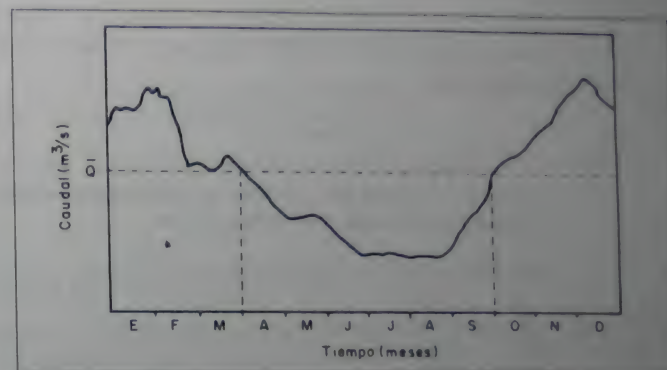


Figura 10.1 Hidrograma de entrada a un embalse

Es fácil observar que el período crítico para esa ley de regulación y esos caudales naturales presentados en la Figura 10.1 está definido por los meses de abril a septiembre inclusive.

El volumen necesario para mantener el caudal promedio durante estos meses es:

$$V_n = \bar{Q}(\Delta t_{\text{Abril}} + \Delta t_{\text{Mayo}} + \Delta t_{\text{Junio}} + \Delta t_{\text{Julio}} + \Delta t_{\text{Agosto}} + \Delta t_{\text{Sep}})$$

en donde:

$\Delta t_{\text{Abril}}$ : es el número de segundos en el mes de abril

$\Delta t_{\text{Mayo}}$ : es el número de segundos en el mes de mayo

$\Delta t_{\text{Junio}}$ : es el número de segundos en el mes de junio

$\Delta t_{\text{Julio}}$ : es el número de segundos en el mes de julio

$\Delta t_{\text{Agosto}}$ : es el número de segundos en el mes de agosto

$\Delta t_{\text{Septiembre}}$ : es el número de segundos en el mes de septiembre

El caudal promedio en este caso debe ser dado en  $\text{m}^3/\text{s}$ , y  $V_n$  en  $\text{m}^3$ . El volumen  $V_a$  que llega al embalse en este período es:

$$V_a = \bar{Q}_{\text{Abril}} \Delta t_{\text{Abril}} + \bar{Q}_{\text{Mayo}} \Delta t_{\text{Mayo}} + \bar{Q}_{\text{Junio}} \Delta t_{\text{Junio}} +$$

$$\bar{Q}_{\text{Julio}} \Delta t_{\text{Julio}} + \bar{Q}_{\text{Agosto}} \Delta t_{\text{Agosto}} + \bar{Q}_{\text{Sep}} \Delta t_{\text{Sep}}$$



Así, la capacidad mínima  $C_r$  del embalse para mantener aquella ley de regulación será:

$$C_r = V_n - V_d \quad (10.3)$$

### Ejemplo de cálculo del volumen de embalse para atender una ley de regulación utilizando el método analítico

Ver Cuadro 10.1.

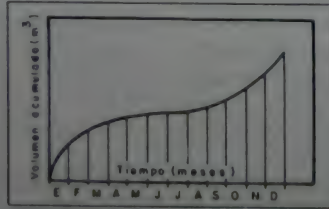
$$\begin{aligned}\bar{Q} &= 5.16 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_r &= 3.80 \text{ m}^3/\text{s} \\ y(t) &= 0.74\end{aligned}$$

Capacidad del embalse:

$$C_r = 5.21 \text{ (m}^3/\text{s)} \cdot \text{mes} \cdot \frac{30 \text{ dias} \cdot 86400 \text{ s}}{1 \text{ mes} \cdot 1 \text{ dia}} = 13.5 \times 10^6 \text{ m}^3$$

### 10.2.2 Diagrama de masas

El diagrama de masas o diagrama de Rippl está definido como la integral del hidrograma de entrada al embalse. Es un diagrama de volúmenes acumulados que afluyen al embalse. Un hidrograma de entrada como el del Cuadro 10.1 da origen a un diagrama de masas como el de la Figura 10.2. Como el diagrama de masas es la integral del hidrograma de entrada al embalse, las tangentes a esa curva dan el caudal en cada instante de tiempo considerado.



**Figura 10.2** Diagrama de masas de hidrograma de caudales de entrada al embalse.

Suponiendo que se desea la misma ley de regulación dada en la Ecuación (10.2), se puede observar que el caudal medio es dado por la inclinación de la recta AB en la Figura 10.3:

**Cuadro 10.1. Ejemplo de regulación de caudales.**

(11) PERIODO AÑO MESES	(2) Q (m <sup>3</sup> /a)	(3) Or (I) Q demanda (m <sup>3</sup> /a)	(4) VOLUMEN DE DIFERENCIA (2) - (3) (m <sup>3</sup> /a)	(5) DIFERENCIAS ACUMULADAS (de col. 4) 1 <sup>a</sup> (m <sup>3</sup> /a) - mes	(6) VOLUMENES DISPONIBLES ACUMULADOS (de col. 2) (m <sup>3</sup> /s) - mes	(7) VOLUMENES DEMANDAS ACUMULADAS (de col. 3) (m <sup>3</sup> /s) - mes	(8) VOLUMENES ACTUALES DE EMBALSE 2 <sup>a</sup> (m <sup>3</sup> /s) - mes	(9) SITUACIÓN DEL EMBALSE 1 <sup>a</sup>
1	E	913	533	0.00	913	38	521	U
	F	576	196	0.00	1489	7.6	521	U
	M	543	163	0.00	2032	11.4	521	U
	A	374	-0.06	-0.06	24.06	15.2	515	D
	M	345	-0.35	-0.41	27.51	19.0	480	D
	J	294	-0.86	-1.27	30.45	22.8	394	D
	J	261	-1.19	-2.46	33.06	26.6	275	D
	A	365	-0.15	-2.61	36.71	30.4	260	D
	S	221	-1.59	-4.20	38.92	34.2	101	D
	O	279	-1.01	-5.21	41.71	38.0	0.00	S
	N	445	0.65	-4.56	46.16	41.8	0.65	S
	D	586	2.16	-2.40	52.12	45.6	2.81	S
2	E	512	1.32	-1.08	57.24	49.4	4.13	S
	F	797	4.17	0.00	65.21	53.2	5.21	U
	M	842	4.62	0.00	73.63	57.0	5.21	U
	A	525	1.45	0.00	78.88	60.8	5.21	U
	M	712	3.32	0.00	86.00	64.6	5.21	U
	J	883	5.03	0.00	94.83	68.4	5.21	U
	J	455	0.75	0.00	99.38	72.2	5.21	U
	A	568	1.88	0.00	105.06	76.0	5.21	U
	S	416	0.36	0.00	109.22	79.8	5.21	U
	O	502	1.22	0.00	114.24	83.6	5.21	U
	N	423	0.43	0.00	118.47	87.4	5.21	U
	D	541	1.61	0.00	123.88	91.2	5.21	U

Significa que no se dirige

1º En la columna 5, cuando las diferencias de los porcentajes de agua para la explotación

2. Polyacrylonitrile (PAN) monomers are  $(m_1^2/s)$  mol/L

[illegible]

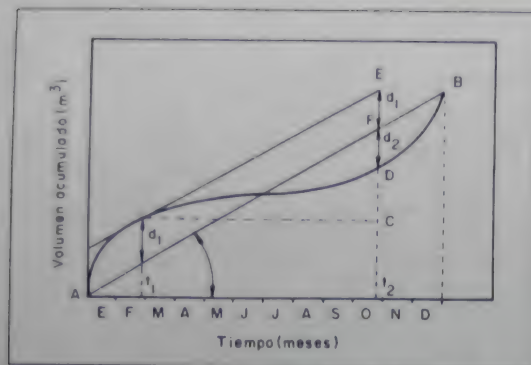


Figura 10.3. Diagrama de masas. Cálculo de capacidad de un embalse.

Para derivar el caudal medio, el período crítico será definido por el intervalo de tiempo  $(t_1, t_2)$ .

Es claro que para mantener el caudal medio durante el intervalo de tiempo  $(t_1, t_2)$ , se necesita el volumen  $V_n$ :

$$V_n = \bar{Q} (t_2 - t_1) \quad (10.4)$$

Como el diagrama de la Figura 10.3 es un diagrama integral, el volumen  $V_n$  queda representado por el segmento EC.

Por otro lado, el volumen  $V_a$  que afluye al embalse en el período de tiempo  $(t_1, t_2)$  es:

$$V_a = \int_{t_1}^{t_2} Q(t) dt \quad (10.5)$$

El volumen  $V_a$  queda representado por el segmento DC. Así, la capacidad del embalse necesaria para regular el caudal medio, esto es  $V_n - V_a$ , queda representada por el segmento ED, que a su vez es la suma de  $d_1$  y  $d_2$ , conforme se presenta en la Figura 10.3.

Se puede demostrar, por otro lado, que respecto a cualquier ley de regulación  $y(t)$  como la anterior, se puede aplicar el mismo raciocinio para determinar la capacidad del embalse.

Ejemplo de cálculo del volumen de embalse para atender una ley de regulación utilizando el método de diagrama de masas

Los datos correspondientes a los caudales naturales entrantes al embalse son los mismos presentados en el Cuadro 10.1.

El caudal de regulación, constante, es ahora igual a  $4.0 \text{ m}^3/\text{s}$ . La solución gráfica se presenta en la Figura 10.4.

### 10.3 VOLÚMENES ACTUALES DE EMBALSE

En todo proyecto de recursos hídricos con embalse, definidas tanto la ley de regulación como la capacidad misma del embalse, se hace necesario conocer los volúmenes de dicho embalse en el tiempo.

#### 10.3.1 Método analítico

En el Cuadro 10.1, columna 8, se presenta un cálculo específico. Se define la capacidad del embalse igual a  $5.21 \text{ (m}^3/\text{s)-mes}$ , con un caudal de regulación constante igual a  $3.8 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Ese cuadro explica, por sí mismo, el análisis que debe ser llevado a cabo para determinar el volumen actual del embalse en cada instante de tiempo determinado.

#### 10.3.2 Diagrama de masas

Supóngase construido el diagrama de masas (curva ABCD) de la Figura 10.5, y que a través de la ley de regulación se construye la curva integral de los caudales regulados (curva AEFD).

Conforme fue visto en la Figura 10.3, la capacidad del embalse está dada por la suma de los segmentos EF más FD.

Al constituir la curva del diagrama de masas desplazada paralelamente por encima de la original en un valor igual a la capacidad del embalse  $C$ , se tiene la curva GHOH' de la Figura 10.5.

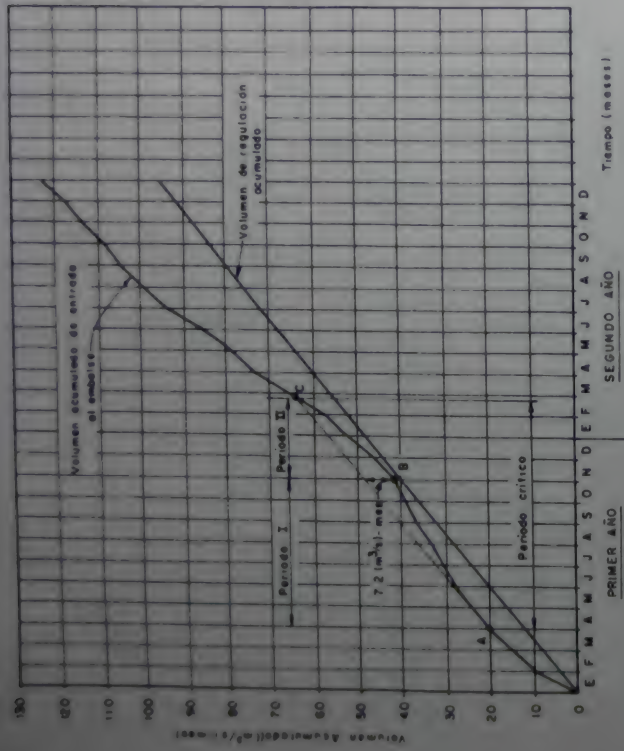


Figura 10.4. Cálculo de la capacidad de un embalse utilizando diagrama de masas.

Caudal de regular en constante:  
igual a  $4 \text{ m}^3/\text{s}$

Periodo I : Nivel de agua bajado  
Periodo II : Nivel de agua subido

Punto B : Embalse vacío  
Puntos A y C : Embalse lleno

Capacidad de embalse :

$$C_r = 7.2 \text{ (m}^3\text{)/mes} \times 30 \text{ (mes)/año} = 216 \text{ (m}^3\text{)/año}$$

$$= 18.7 \times 10^6 \text{ m}^3$$

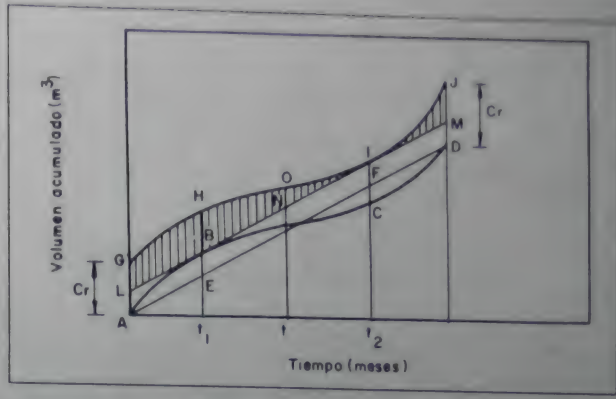


Figura 10.5. Diagrama de masas. Cálculo de volúmenes actuales de embalse

Posteriormente, al dibujar la curva integral de los caudales regulados desplazada paralelamente por encima de la original en un valor igual al segmento BE, se tiene la curva LBNIM.

Observando la Figura 10.5, se puede verificar que en el tiempo  $t_1$  el embalse estará completamente lleno, pues se derivó un caudal en el intervalo  $(A, t_1)$  mucho menor que los caudales naturales entrantes.

En el intervalo de tiempo  $(t_1, t_2)$  el embalse se vaciará, pues se derivará un caudal mayor que los naturales entrantes. Así, suponiendo que en el tiempo  $t_1$  el embalse estuviera completamente lleno, los volúmenes actuales  $V$  del embalse estarían dados por:

$$V = C_r + \int_{t_1}^t Q(t) dt - \int_{t_1}^t Q_r(t) dt \quad (10.6)$$

en donde:

- $V$ : es el volumen en el tiempo  $t$
- $C_r$ : es la capacidad del embalse
- $Q(t)$ : son los caudales naturales entrantes al embalse
- $Q_r(t)$ : son los caudales regulados

Es fácil ver que el volumen  $V$  en el tiempo  $t$  está dado por el segmento ON de la Figura 10.5 y, además, que para cualquier tiempo  $t$  los volúmenes del embalse pueden ser dados por las diferencias entre las curvas GHOIJ y LBNIM de la figura mencionada.



## 10.4 REGULACIÓN MÁXIMA

Supóngase, dado un embalse de capacidad  $C_r$ , que se desea saber cuál es la ley  $y(t)$  que más se aproxima a la regulación total, es decir  $y(t) = 1$ .

Primero se construye, con los datos de los caudales naturales, el diagrama de masas dado por la curva ABCD en la Figura 10.6.

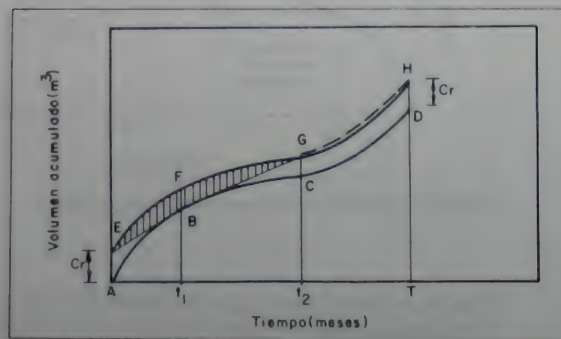


Figura 10.6. Diagrama de masas. Regulación máxima

Haciendo que la curva del diagrama de masas quede desplazada paralelamente por encima de la original en un valor igual a la capacidad del embalse  $C_r$ , se tiene la curva EFGH de la Figura 10.6, en la cual se puede observar lo siguiente:

- Si en el origen del conteo del tiempo el embalse estuviera vacío, la recta EB sería la mejor regulación, pues hasta el tiempo  $t_1$  los caudales naturales son grandes, y la regulación será tanto mayor cuanto más se disminuyan los caudales que salen del embalse.
- En el tiempo  $t_1$  el embalse estará totalmente lleno.
- Para el periodo  $t_1$  a  $t_2$  la recta BC será la mejor regulación, pues es la que representa un máximo caudal en este periodo de sequía.
- En el tiempo  $t_2$  el embalse estará completamente vacío.
- Para que el embalse continúe completamente vacío y para que cierre el ciclo, quedando al final vacío como al principio, se deben derivar los caudales naturales en el intervalo  $t_2$  a  $T$ , esto es, seguir la curva GH.

Así, dado que se quiere encontrar una regulación máxima posible a partir de un embalse vacío, la curva EBGH es la que cumple esta condición.

Se puede probar que la máxima regulación es la dada por la curva descrita por un hilo no extendible tendido entre las curvas ABCD y EFGH. El diagrama de caudales regulados así obtenidos se denomina comúnmente diagrama de Conti-Varley.

## 10.5 CONTROL DE SEQUÍAS

En los numerales anteriores de este capítulo se enfatizó el hecho de que un embalse debe ser dimensionado para el periodo más crítico de sequía ocurrido en los datos históricos. Después de finalizado el periodo de lluvias, los caudales de los ríos son debidos a las contribuciones de agua subterránea, y presentan valores decrecientes con el tiempo debido al agotamiento de las aguas acumuladas en los suelos adyacentes.

En el Capítulo 6 se presentó la ecuación simplificada del hidrograma del periodo de sequía o estiaje en una corriente de agua. Se trata de la Ecuación (6.9):

$$Q = Q_0 e^{-K(t-t_0)} \quad (10.7)$$

La mayor dificultad para ajustar una curva a los datos de caudal de estiaje está en la fijación del inicio de esta, es decir la determinación del caudal  $Q_0$  y el tiempo  $t_0$ . Entre otros métodos, se adopta este punto como el de máxima curvatura en la parte descendiente del hidrograma.

La constante  $K$  puede ser determinada con otro punto del hidrograma de sequía (sea este punto dado por  $Q_1$  y  $t_1$ ), así:

$$K = \frac{2.33 \log \frac{Q_0}{Q_1}}{t_1 - t_0} \quad (10.8)$$

Supóngase, por ejemplo, un hidrograma con un periodo de sequía como el mostrado en la Figura 10.7.

La contribución de solamente las aguas subterráneas comienza en el punto A de la Figura 10.7 y va decreciendo hasta el punto B, cuando se inicia el nuevo periodo de lluvias.

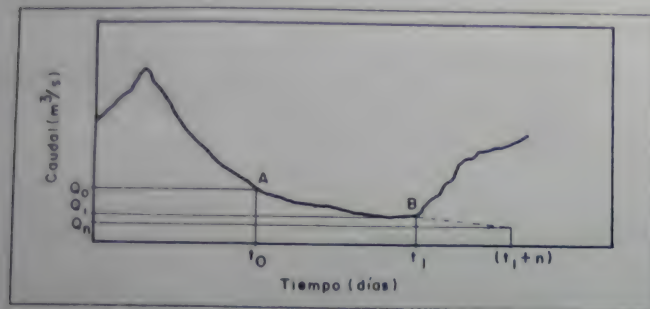


Figura 10.7. Curva de agotamiento de caudales. Control de sequías.

Puede ser útil, en un momento dado, responder la siguiente pregunta. ¿Cuál será el caudal  $Q_n$  del río en el caso de que el inicio del período de lluvias se extienda a  $n$  días más?

Las ecuaciones (10.7) y (10.8), con los valores de  $Q_0$ ,  $t_0$  y  $K$ , determinados a partir de la Figura 10.7, responderán dicha pregunta. Basta aplicar la Ecuación (10.7) para  $t = t_1 + n$  días.

En el caso de embalses pequeños, donde la regulación de caudales se efectúa a nivel diario (y no mensual como en la mayoría de los casos de embalses para fines hidroeléctricos, por ejemplo), es necesario el estudio de estas curvas de agotamiento de caudales de los hidrogramas de caudales diarios históricos, como la presentada en la Figura 10.7.

Si se cuenta con datos históricos de caudal, por ejemplo, de 30 años, la escogencia del período más crítico de sequía, esto es de caudales mínimos durante el mayor intervalo de tiempo, tendrá un valor estadístico de 30 años de período de retorno. El dimensionamiento de un embalse, es decir el cálculo de su capacidad, es para fines prácticos adecuado cuando se usa esa proporción de datos. Cuando se cuenta apenas con 5 años de datos, el período más crítico de sequía puede no ser el adecuado para el dimensionamiento del embalse. En ese caso se puede estudiar por análisis de frecuencias, esto es extrapolando la curva de probabilidades de los períodos de sequía, cuál es el número de días sin lluvia que tendría la probabilidad de ocurrencia, por ejemplo, de 1 vez en 30 años. Con ese dato se puede encontrar un caudal mínimo al final de ese período por medio de la Ecuación (10.7), conocidos  $Q_0$  y  $t_0$ . La curva así extrapolada sería más adecuada al dimensionamiento del embalse que la curva de los datos históricos de sólo 5 años. La Figura 10.8 muestra más claramente cuál es el efecto de la sequía en el dimensionamiento del embalse.

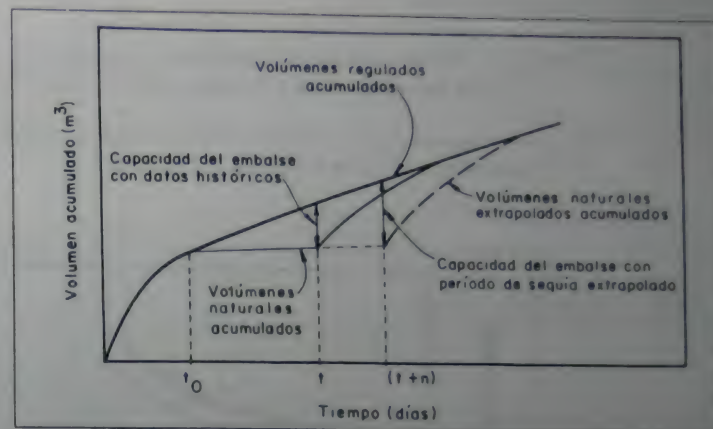


Figura 10.8. Dimensionamiento de un embalse. Efecto de sequías.

Cuando se cuenta con un pequeño número de datos se puede recurrir a la generación sintética de datos de caudal. La serie generada tendría la misma media y desviación estándar de la serie histórica, pero tendría muchos más elementos. Habría caudales mayores que los máximos históricos y caudales menores que los mínimos históricos. Se podría construir, de esta manera, un hidrograma ficticio de caudales de sequía que podría ser utilizado en el dimensionamiento de un embalse. Sin embargo, debido al hecho de que la generación de caudales sintéticos considera los datos históricos apenas para el cálculo de los parámetros estadísticos, y que para los problemas de sequía los datos deberán ser considerados en una sucesión cronológica, la aplicación de este método debe ser cuidadosamente estudiada. En el capítulo siguiente se presentarán los principios básicos de la generación sintética de datos de caudal. Se debe hacer hincapié en que a medida que el intervalo disminuye dicho procedimiento se vuelve más difícil de llevar a cabo. Por ejemplo, aunque es frecuente encontrar en la literatura de investigación hidrológica modelos para generación de caudales a nivel mensual, es mucho más difícil hallarlos para nivel diario. Esto se debe primordialmente a la gran variabilidad que experimentan los caudales a nivel diario en relación con los de discretización mensual.

# **CAPITULO 11**

**Generación  
sintética  
de caudales**



## 11.1 GENERALIDADES



Las series de tiempo de valores hidrológicos, como caudales mensuales y anuales, pueden ser extendidas por correlación con lluvias generadas o con caudales concurrentes en hoyas vecinas.

Se exige contestar la pregunta de si los datos de caudal pueden ser generados más allá del período para el cual otros datos están disponibles. El primer método consiste en el llamado procedimiento de Monte-Carlo.

## 11.2 PROCEDIMIENTO DE MONTE-CARLO

Este procedimiento puede ser aplicado si los valores en las series de datos son independientes, como lluvias anuales o, en algunos casos, caudales anuales. La independencia entre eventos hidrológicos consecutivos puede ser concluida por medio del coeficiente de correlación serial (correlación entre el valor en un año y el valor en el año precedente).

Si, por ejemplo, al menos 25 de tales valores  $x_i$  están disponibles, la distribución de frecuencias puede ser determinada (suponiendo que la "muestra" es representativa de la "población"). Teniendo en cuenta, por ejemplo, que la muestra puede ser ajustada a una distribución normal, ver Figura 11.1, se tienen los siguientes parámetros:

$$\text{Media de la muestra } \bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad \text{con } n = 25 \quad (11.1)$$

$$\text{Varianza de la muestra } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (11.2)$$

$$\text{Desviación estándar de la muestra } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (11.3)$$

Ahora, la muestra de, por ejemplo, 100 años puede ser generada, y tendrá la misma media que la encontrada en la muestra original de 25 años y la misma desviación estándar, pero comprendiendo 100 valores en lugar de 25. Los 100 valores pueden ser escritos sobre cartas y la serie de tiempo de 100 años puede ser compuesta retirando una carta después de la otra.

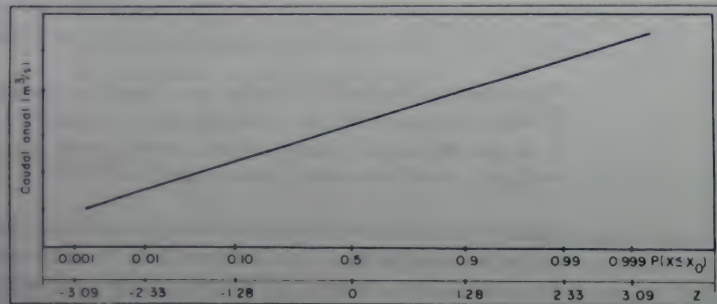


Figura 11.1. Procedimiento de Monte-Carlo. Ajuste de la muestra a la distribución normal.

En la práctica esto se lleva a cabo consultando tablas que presenten series de valores de  $Z$ , la cual es una variable aleatoria normalmente distribuida con media igual a cero y desviación estándar igual a uno. Por otro lado, los valores de  $Z$ , también pueden ser generados por medio de un computador.

Los nuevos datos de la serie sintética  $q_i$  pueden ser escritos como:

$$q_i = \bar{X} + Z_i S \quad (11.4)$$

en donde  $i$  toma los valores de 1 a 100, siendo este último valor igual a la longitud de la nueva serie (o de 1 a 1000 si la serie de 1000 años es la que está siendo buscada).

Se debe hacer notar que este procedimiento está basado sobre el concepto de que la distribución normal es la más correcta para ajustar una muestra de datos determinada (de tal manera que la línea recta en la Figura 11.1 puede ser extrapolada para frecuencias mayores a las que corresponden a los datos históricos), y que la muestra de 25 años de datos conduce a valores suficientemente correctos de la media y la varianza.

### 11.3 FENÓMENO DE PERSISTENCIA (Cadena markoviana de primer orden)

La base de que, por ejemplo, el caudal durante un cierto período (un año, un mes, un día) es independiente del caudal durante el período precedente no es de validez general. Esto es debido al fenómeno de persistencia, es decir la tendencia de que un caudal bajo es más probable que sea seguido por otro caudal bajo que por un caudal alto y, similarmente, que un caudal alto es más probable que sea seguido por otro caudal alto. La explicación física de este fenómeno se halla en el efecto de almacenamiento. Después de un período seco prolongado el caudal del río está bajo, el suelo está seco, el nivel freático bajo y las depresiones y almacenamientos superficiales están vacíos; esto significa que aun una gran lluvia no producirá un caudal alto.

El fenómeno de persistencia puede ser expresado en la forma más simple para caudales anuales por una cadena markoviana de primer orden

$$x_i = x_0 + \beta (x_{i-1} - x_0) + e_i \quad (11.5)$$

en donde:

- $x_i$  y  $x_{i-1}$ : son los registros
- $x_0$ : es una constante
- $\beta(x_{i-1} - x_0)$ : es la componente determinística
- $\beta$ : es el coeficiente de autorregresión
- $e_i$ : es la componente aleatoria

La ecuación autorregresiva se obtiene de los 25 puntos aplicando el método de los mínimos cuadrados.  $e_i$  tiene media cero. Se supone que  $e_i$  tiene una varianza constante y que es independiente de  $x_{i-1}$ . También se supone que el coeficiente de correlación es independiente de  $x_i$  (en realidad la correlación es más fuerte para bajos caudales que para altos caudales).

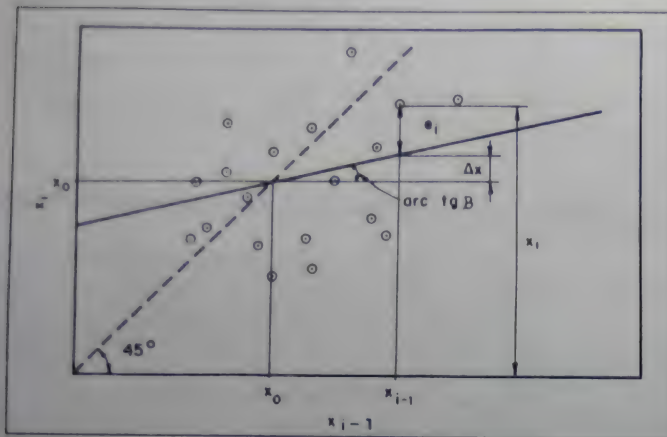


Figura 11.2 Elementos de una cadena markoviana de primer orden.

Se puede demostrar que  $x_0 = \bar{X}$  (valor medio de las  $x$ ) y que  $\beta \approx \rho$  (coeficiente de correlación entre  $x_i$  y  $x_{i-1}$ ).

Esto último puede ser visto de la siguiente manera:

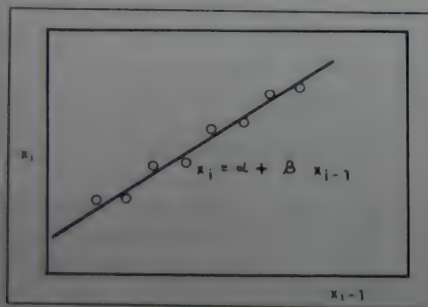


Figura 11.3. Coeficiente de autorregresión en una cadena markoviana de primer orden.

$$\beta = \frac{\sum x_i x_{i-1} - \frac{\sum x_i \sum x_{i-1}}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$\rho^2 = \frac{\left[ \sum x_i x_{i-1} - \frac{\sum x_i \sum x_{i-1}}{n} \right]^2}{\left[ \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \left[ \sum x_{i-1}^2 - \frac{(\sum x_{i-1})^2}{n} \right]}$$

obsérvese que si  $\sum x_i = \sum x_{i-1}$ , entonces  $\beta \approx \rho$

La ecuación de generación (o algoritmo) para los caudales anuales es, entonces, de la Ecuación (11.5):

$$q_i = \bar{X} + \rho (q_{i-1} - \bar{X}) + Z_i S \sqrt{1 - \rho^2} \quad (11.6)$$

$\bar{X}$ ,  $\rho$  y  $S$  son valores calculados de la serie histórica de la muestra.

Para generar una serie de 100 años, por ejemplo, se puede comenzar con  $\bar{X}$  como el primer valor  $q_{i-1}$  y calcular  $q_i$  de la Ecuación (11.6), tomando  $Z_i$  de una tabla de la variable aleatoria normalmente distribuida con media igual a cero y desviación estándar igual a uno.

Dado que cada  $q_i$  está relacionado con el caudal precedente, los valores sucesivos no saltan de un caudal bajo a uno alto sino que aparecen unidos. Dicho efecto, denominado efecto de Joseph, entonces, aparece.

## 11.4 MODELO DE THOMAS-FIERING

Los caudales mensuales pueden ser generados esencialmente de la misma manera mostrada en el numeral inmediatamente anterior para caudales anuales. El modelo de Thomas-Fiering es más complicado que el visto anteriormente porque la media y la desviación estándar del mes  $j$  ( $j$  desde 1 hasta 12) no son las mismas que para el mes precedente  $j-1$ .

La ecuación de generación es:

$$q_{i,j} = \bar{X}_j + \frac{\rho_{j,j-1} S_j}{S_{j-1}} (q_{i,j-1} - \bar{X}_{j-1}) + Z_{i,j} S_j \sqrt{1 - (\rho_{j,j-1})^2} \quad (11.7)$$



en donde:

- $\bar{X}_j$ : media de los caudales históricos para el mes  $j$  bajo consideración  
 $\bar{X}_{j-1}$ : media de los caudales históricos para el mes  $j-1$  bajo consideración  
 $\rho_{j,j-1}$ : coeficiente de correlación serial de primer orden entre valores en meses consecutivos; si se consideran valores mensuales,  $\rho_{5,4}$  sería el coeficiente de correlación serial entre los meses 5 y 4 (meses de mayo y abril)  
 $S_j$ : desviación estándar de los caudales históricos para el mes  $j$  bajo consideración  
 $S_{j-1}$ : desviación estándar de los caudales históricos para el mes  $j-1$  bajo consideración  
 $q_{i,j}$ : caudal en el mes  $j$  del año  $i$  de la secuencia de caudales generados  
 $q_{i,j-1}$ : caudal en el mes  $j-1$  del año  $i$  de la secuencia de caudales generados  
 $Z_{i,j}$ : variable aleatoria normalmente distribuida con media igual a cero y desviación estándar igual a uno, aplicada al mes  $j$  del año  $i$  de la secuencia de caudales generados

## 11.5 OTROS MODELOS

Los modelos de generación no están limitados a los mencionados anteriormente. Si, por ejemplo, para la generación de caudales mensuales a largo plazo existen datos de precipitación mensual, estos datos pueden ser introducidos como un término determinístico en la ecuación de generación, de la forma  $K(P, -\bar{P})$ . De la misma manera la temperatura o el caudal en una hoya cercana pueden ser introducidos como términos determinísticos adicionales.

Si los valores no son normalmente distribuidos, puede ser posible aplicar una transformación simple tal como:

- logaritmos naturales de los caudales en lugar de los caudales mensuales o anuales.
- raíz cuadrada de la precipitación en lugar de la precipitación.

## 11.6 GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

### 11.6.1 Números distribuidos uniformemente

Los números distribuidos uniformemente pueden ser generados usando el método de congruencia lineal. La siguiente relación existe entre los números generados:

$$X_{n+1} = (a X_n + C) \text{ mod } m \quad (11.8)$$

donde:

$X_0$ : semilla ( $0 \leq \text{semilla} \leq 199017$ )

$a$ : 24298

$c$ : 99991

$m$ : 199017

La función módulo (mod) ejecuta  $Y \text{ mod } X$ ; dividiendo  $Y$  por  $X$  y dando el sobrante de la división. La ecuación es:

$$Y - [ < Y/X > \cdot X ] = Y \text{ mod } X \quad (11.9)$$

en donde  $< >$  denota el entero más grande menor que o igual al resultado indicado de la división de  $Y$  entre  $X$ .

Ejemplo:

$$128 \text{ mod } 10 = 128 - \left[ < \frac{128}{10} > \cdot 10 \right] = 8$$

en donde  $< 128/10 >$  es igual a 12

La secuencia generada es de periodo  $m$ , y cada  $X$  debe ser ajustado al rango  $(A, B)$  de la distribución uniforme por la siguiente ecuación:

$$X'_i = [(X_i/m)(B - A) + A] \quad (11.10)$$

### 11.6.2 Números normalmente distribuidos

Los números aleatorios normalmente distribuidos pueden ser generados utilizando el método directo.

Primero un par de números aleatorios uniformemente distribuidos son generados en el intervalo (0,1). Luego, utilizando esos números ( $U_1$ ,  $U_2$ ), un valor  $X$  es calculado:

$$X = \sqrt{-2 \ln U_1} \cos(2\pi U_2) \quad (11.11)$$

Este valor corresponde a un número aleatorio de una distribución normal con media igual a cero y desviación estándar igual a uno.

Este valor de números aleatorios provenientes de una distribución normal con media cero y desviación estándar igual a uno puede ser ajustado a la media  $\bar{X}'$  y a la desviación estándar  $\sigma'$  de otra distribución normal cualquiera por:

$$X' = \sigma' X + \bar{X}' \quad (11.12)$$

## 11.7 EJEMPLO DE GENERACIÓN SINTÉTICA DE CAUDALES ANUALES

Supónganse los siguientes caudales medios anuales deducidos en una estación hidrométrica determinada según los datos del Cuadro 11.1. Las características estadísticas de la muestra son las siguientes:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= 355.1 \text{ m}^3/\text{s} & \rho^2 &= 0.01865 \\ S &= 55.6 \text{ m}^3/\text{s} & \alpha &= 306.63 \\ & & \beta &= 0.13852 \\ & & \rho &= 0.13657 = 0.13852. \end{aligned}$$

Supuesto que los caudales medios anuales en dicha estación sean normalmente distribuidos, el algoritmo de generación sería, de acuerdo con la Ecuación (11.6):

$$Q_i = 355.1 + 0.13657 (Q_{i-1} - 355.1) + Z_i (55.6) \sqrt{1 - 0.01865}$$

$$Q_i = 355.1 + 0.13657 (Q_{i-1} - 355.1) + 55.0791 Z_i$$

en donde  $Z_i$  es una variable aleatoria normalmente distribuida con media igual a cero y desviación estándar igual a uno.

Cuadro 11.1. Ejemplo de generación sintética de caudales anuales

AÑO	$Q_i$ (m <sup>3</sup> /s)	$I$	$Q_i$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{i-1}$ (m <sup>3</sup> /s)
1960	399	1	399	
1961	389	2	389	399
1962	438	3	438	389
1963	417	4	417	438
1964	258	5	258	417
1965	227	6	227	258
1966	372	7	372	227
1967	338	8	338	372
1968	389	9	389	338
1969	319	10	319	389
1970	424	11	424	319
1971	415	12	415	424
1972	341	13	341	415
1973	318	14	318	341
1974	360	15	360	318
1975	370	16	370	360
1976	302	17	302	370
1977	336	18	336	302
1978	373	19	373	336
1979	311	20	311	373
1980	294	21	294	311
1981	432	22	432	294
1982	345	23	345	432
		24		345

# **CAPITULO 12**

***Transporte  
de sedimentos***



## 12.1 INTRODUCCIÓN

**E**n este capítulo serán dadas algunas nociones sobre transporte de sedimentos de las corrientes de agua, con la finalidad de presentar las técnicas disponibles de estimación de caudal sólido transportado por los ríos. Tal estimación es de utilidad para estudios de modificación de canales naturales y de variación del volumen útil de los embalses. En esa área de conocimiento existen, básicamente, dos escuelas: una determinística, que procura expresar en ecuaciones el fenómeno físico del transporte de sedimentos; otra empírica, que procura obtener relaciones entre las variables, directamente a través de datos medidos en campo. A la primera escuela pertenecen los investigadores DuBoys, Einstein, Kennedy, Vanoni, Brooks, etc. A la segunda escuela pertenecen los investigadores Blench, Conti, Colby, etc.

## 12.2 HIDRÁULICA DE CANALES EROSIONABLES

Simons y Richardson, en estudios de laboratorio sobre el comportamiento de las corrientes de agua sobre suelos erosionables, verificaron que la rugosidad del lecho de estas corrientes variaba en relación con el caudal líquido transportado. Esa variación es causada por el transporte de sedimento del lecho y puede afectar el cálculo de un trecho de canal del río, el cual va a ser modificado, por ejemplo, para control de crecientes. Estos autores clasificaron las formas de los lechos según la nomenclatura dada en la Figura 12.1. En dicha figura el número de Froude ( $F$ ) puede ser definido como:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (12.1)$$

en donde:

$V$ : es la velocidad media de la corriente, m/s.

$g$ : es la aceleración de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$

$D$ : es la profundidad media de la corriente, m

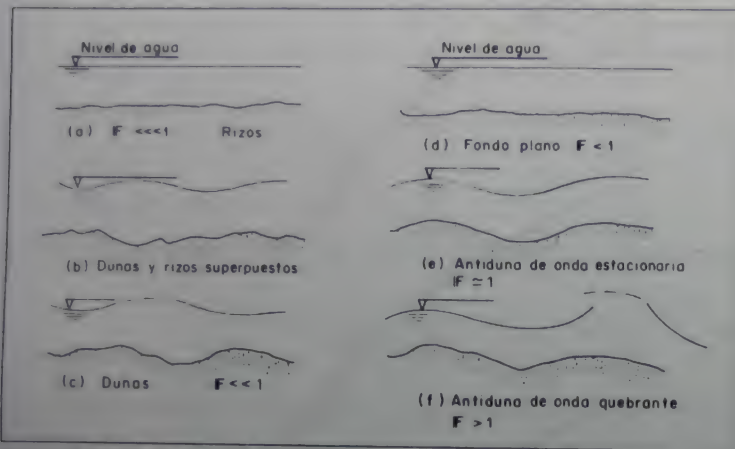


Figura 12.1. Formas de los lechos de las corrientes de agua.

Como se observa en la Figura 12.1, en el caso de la antiduna de onda estacionaria la duna entera se mueve hacia aguas arriba. Para esto, al principio debe existir "fondo plano", en el cual se debe crear alguna inestabilidad.

Dado que la velocidad del fondo varía de conformidad con el caudal que pasa por un canal de fondo erosionable, se torna relativamente complicada la curva caudal-altura de agua del canal, o caudal-pendiente, o, aun más, velocidad media-pendiente. Puede suceder, por ejemplo, una curva como la de la Figura 12.2, según Brooks.

La Figura 12.2 se puede interpretar de la siguiente manera: supóngase que está escurriendo cierto caudal con una profundidad dada de agua, un ancho dado del canal y un material dado del lecho, y que la rugosidad del lecho tiene la configuración de dunas. Al variar el caudal, pero conservando las variables mencionadas anteriormente, se varían la velocidad media y la pendiente según la curva A, hasta el punto en que las "dunas" se transforman en "fondo plano". En ese punto la curva de velocidad me-

dia-pendiente pasa a ser la curva B. La transición mostrada en la Figura 12.2 fue demostrada experimentalmente por Brooks. Está fuera del objetivo de estos apuntes el estudio de la hidráulica de canales erosionables; es, por esto, de mayor importancia para la hidrología, en el nivel aquí tratado, el conocimiento de la existencia de este fenómeno.

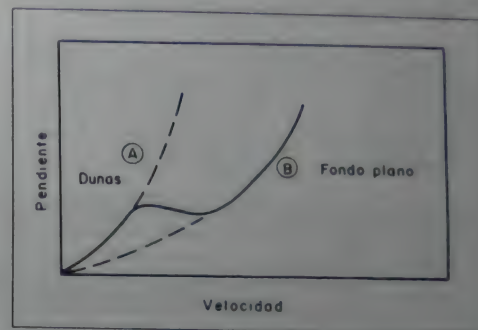


Figura 12.2. Cambio de configuración del lecho de una corriente de agua erosionable, de dunas a fondo plano.

## 12.3 TRANSPORTE DE SÓLIDOS

La lluvia cuando cae sobre el suelo ejerce una fuerza sobre las partículas de éste, capaz de removerlas de sus posiciones hacia otros lugares, en general, a niveles más bajos.

Esa acción erosiva de las lluvias lleva anualmente millones de toneladas de suelo a los ríos de todo el mundo.

Por otro lado, las corrientes también ejercen una acción erosiva en sus canales. Partículas del lecho, arrancadas de éste, pasan a ser transportadas en suspensión en la corriente por la acción de las componentes verticales en régimen turbulento.

La acción de la gravedad hace que la mayor concentración de partículas esté junto al fondo. Así, es común distinguir dos tipos de transporte de sedimentos: uno en suspensión y otro junto al fondo. No existe un límite bien definido entre esos dos tipos de transporte de sedimento.

Cuando un río desemboca en un embalse, las velocidades medias son menores y, entonces, los sedimentos en suspensión se depositan; cuanto mayor sea el embalse mayor será su eficiencia para retener sedimentos. El fenómeno de retención de sedimentos en embalses es conocido como colmatación.

### 12.3.1 Transporte de sedimentos en suspensión

Varias fórmulas han sido propuestas para la concentración de sedimentos en suspensión:

Rouse propuso la siguiente fórmula:

$$\frac{C}{C_a} = \exp \left[ -\frac{W}{\epsilon_i} (y-a) \right] \quad (12.2)$$

en donde:

- $C$ : concentración a una altura "y" sobre el fondo del río, en  $\text{grf/cm}^3$   
 $C_a$ : concentración a una altura "a" sobre el fondo del río, en  $\text{grf/cm}^3$   
 $W$ : velocidad de sedimentación de la partícula (ver Figura 12.3)  
 $\epsilon_i$ : coeficiente de difusión, obtenido en laboratorio por medio de la experimentación propuesta por Rouse y Hurst

Kalinske propuso la siguiente ecuación:

$$\frac{C}{C_a} = \left[ \frac{d-y}{y} \frac{a}{d-a} \right]^Z \quad (12.3)$$

$$Z = \frac{W}{\beta K V_*} \quad (12.4)$$

$$\beta = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_m} \quad (12.5)$$

$$V_* = \sqrt{g d I_*} \quad (12.6)$$

en donde  $C$ ,  $C_a$ ,  $\epsilon_i$  y  $W$  tienen los mismos significados de la expresión de Rouse, y  $d$  es la profundidad del canal (considerando un canal rectangular muy ancho).

Además,

- $\epsilon_m$ : coeficiente de transferencia de impulso  
 $g$ : aceleración de la gravedad,  $\text{m/s}^2$   
 $I$ : pendiente del canal (si se considera movimiento uniforme) o la pendiente de la línea de energía (caso general)  
 $K$ : constante de Von Karman (igual a 0.4 para aguas sin sedimento); puede ser determinada por el perfil de velocidades; en general  $K < 0.4$  para aguas con sedimento.

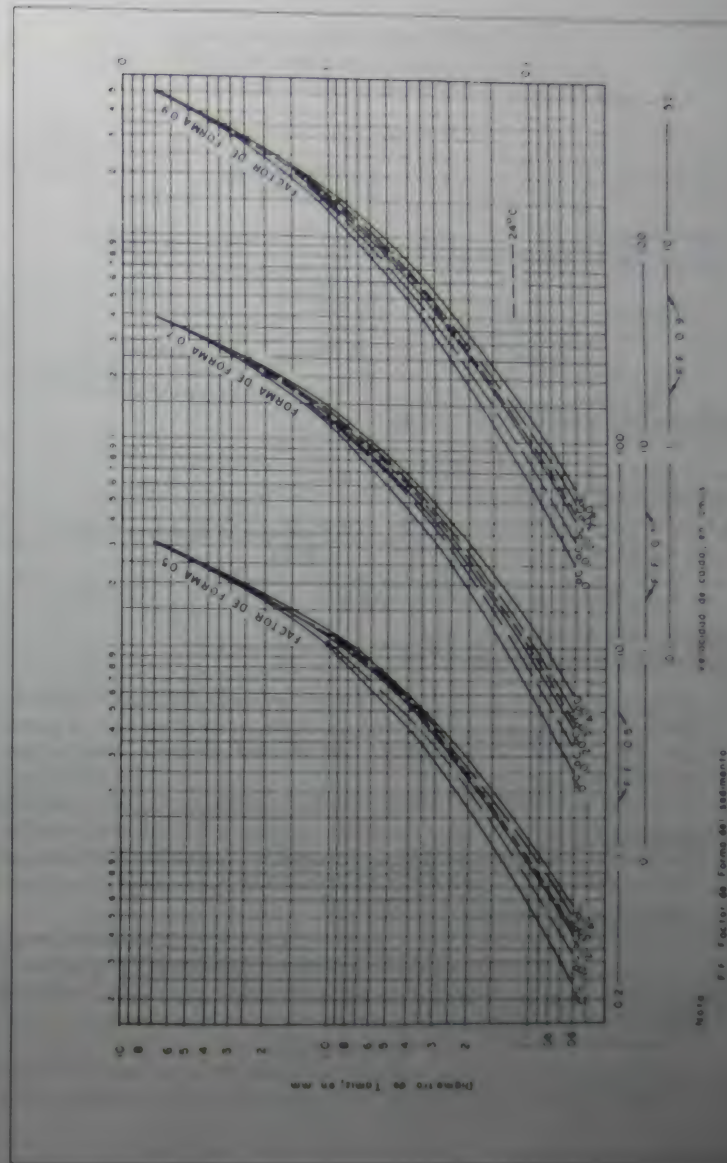


Figura 12.3. Relación entre el diámetro del tamaño y la velocidad de caída para partículas de cuarzo desgastadas naturalmente (cayendo solo en agua destilada) que en reposo (de sedimentación).



El perfil de velocidad  $V = V(y)$  en un canal rectangular muy ancho puede ser dado por la expresión debida a Von Karman:

$$V = \frac{V_*}{K} \ln \left( \frac{y}{d} \right) + cte \quad (12.7)$$

Combinando la Ecuación (12.7) con la (12.2) o la (12.3) se puede determinar el caudal  $q$ , transportado en suspensión por unidad de ancho del canal:

$$q = \int_0^d CV dy \quad (12.8)$$

en donde  $q$ , está en  $((\text{grf/s})/\text{m})$

Lane y Kalinske, siguiendo las líneas generales aquí mostradas, llegaron a este resultado:

$$q_s = q C_a \xi e^{(15X \cdot a/d)} \quad (12.9)$$

siendo  $q$  el caudal líquido por unidad de ancho del canal, en  $((\text{m}^3/\text{s})/\text{m})$

$$\xi = \frac{C_m}{C_t} \quad (12.10)$$

en donde:

$C_m$ : concentración media,  $(\text{grf}/\text{cm}^3)$

$C_t$ : concentración en el fondo del canal  $(\text{grf}/\text{cm}^3)$

$X$ : función de  $n/d^{1/6}$  (rugosidad relativa), en donde  $n$  es el valor de la rugosidad en la fórmula de Manning.

El gráfico de la Figura 12.4 facilita la utilización de la Ecuación (12.9) para hallar  $X$ .

La Ecuación (12.9) se aplica solamente cuando los sedimentos en suspensión tiene la misma velocidad de sedimentación. Para el caso general, donde existen diversos diámetros de sedimentos, se pueden superponer los resultados considerando el caudal para cada diámetro, pero se aconseja al lector que desee una solución cuantitativa adecuada medir las concentraciones en el campo y, si es posible, elaborar un modelo reducido del trecho del río.

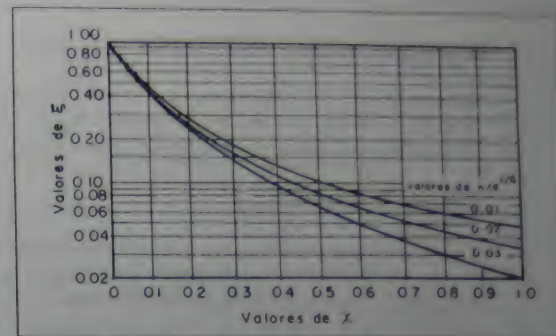


Figura 12.4. Relación entre  $\xi$  y  $X$  para varios valores de la rugosidad según Lane y Kalinske

### 12.3.2 Transporte de sedimentos de fondo

Todas las fórmulas presentadas en esta sección son para descarga de sedimentos de fondo en las condiciones de movimiento uniforme, y no incluyen lo que se suele llamar "la carga de lavado del río" debida a crecientes. Por otro lado, los lechos de los ríos se suponen compuestos de materiales no cohesivos.

### 12.3.3 Clasificación del transporte de sedimentos según mecanismo y según origen

De acuerdo con el mecanismo de transporte pueden ser distinguidas dos formas (ver Figura 12.5):

#### a. Carga de lecho:

Movimiento de partículas en contacto con el lecho, las cuales ruedan, se deslizan o saltan.

#### b. Carga en suspensión:

Movimiento de partículas en el agua. La tendencia de asentamiento de la partícula es continuamente compensada por la acción difusiva del campo de flujo turbulento.

De acuerdo con el origen del material de transporte, se hace la siguiente distinción (Ver Figura 12.5):

### a. Transporte de material de fondo:

Este transporte tiene su origen en el lecho. Esto significa que el transporte es determinado por las condiciones del lecho y del caudal (puede consistir en carga de fondo y en carga en suspensión).

### b. Carga de lavado:

Transporte de partículas nulo o en muy pequeñas cantidades en el lecho del río. El material es suministrado por fuentes externas (erosión) y no depende directamente de las condiciones locales existentes (puede solamente ser transportado como carga en suspensión; generalmente material fino menor de 50  $\mu\text{m}$ ).

### 12.3.4 Tasa de abastecimiento de sedimento y capacidad de flujo para transportarlo

Hay dos aproximaciones para estimar la producción de sedimento de una hoya. La primera aproximación es estimar la tasa de abastecimiento de sedimento, y la segunda es estimar la capacidad del flujo para transportar este sedimento.

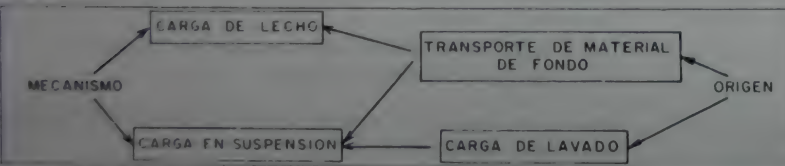


Figura 12.5. Transporte de sedimentos de fondo. Clasificación según mecanismo y según origen.

Dado que el concepto básico de separar la carga de lavado de la carga de material de fondo no es muy bien conocido, esto será discutido detalladamente. En una cancheta metálica, si no se introduce sedimento alguno en el flujo, independientemente de qué tan fuerte sea éste, no se puede medir transporte alguno de sedimento en el referido flujo. Esto es porque no hay sedimento en el flujo y la tasa de transporte de sedimento está limitada por la tasa de abastecimiento del sedimento aguas arriba. Por otro lado, si una gran cantidad de sedimento es suministrada en el punto inicial aguas arriba, y si esta tasa de abastecimiento de sedimento es mayor que la capacidad del flujo para transportarlo, se puede solamente medir la capacidad del flujo para transportar sedimento, porque la cantidad de sedimento resultante de la diferencia entre la tasa de abastecimiento y la tasa de trans-

porte debe ser depositada aguas arriba en algún punto, debido a la falta de capacidad del flujo para transportar el sedimento hacia aguas abajo. En otras palabras, lo que se mide aguas abajo es la tasa más pequeña de las dos siguientes: tasa de abastecimiento de sedimento y capacidad de flujo para transportar este sedimento.

Esto puede ser mejor ilustrado en el diagrama presentado en la Figura 12.6. Para un caudal dado y un lugar determinado, se puede graficar dos curvas: la primera describe la relación entre el tamaño del sedimento ( $d$ ) y la capacidad del caudal para transportarlo ( $Q_s$ ); la segunda curva describe la relación entre el tamaño del sedimento ( $d$ ) y la tasa de abastecimiento ( $Q_s'$ ). Como se muestra en la Figura 12.6, esas dos curvas pueden intersectarse en el punto E.

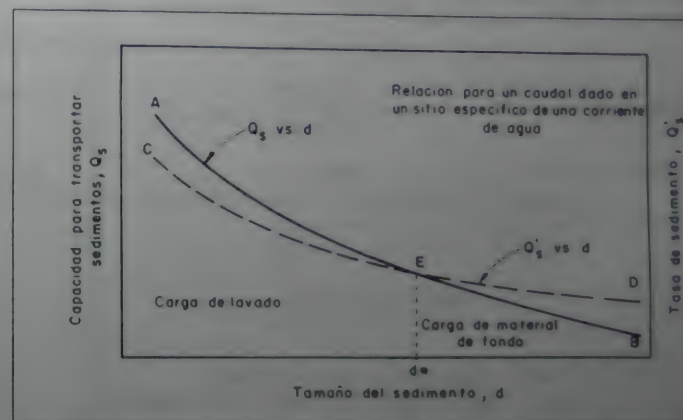


Figura 12.6. Tasa de abastecimiento de sedimento y capacidad de flujo para transportar sedimento.

Para tamaños de sedimentos menores que  $d^*$  (correspondiente al punto E), las tasas de abastecimiento son menores que la capacidad del flujo para transportarlos, y para tamaños de sedimentos mayores que  $d^*$  la capacidad para transportar sedimentos es menor que sus respectivas tasas de abastecimiento.

Entonces, si se trata de medir movimiento de sedimentos en el río, se obtendrá CE y EB. Dado que la curva CE es determinada por la tasa de abastecimiento de la hoya, no se puede usar ecuación alguna de transporte de sedimentos para calcularlos, y deben ser medidos por técnicas de muestreo. Los tamaños de sedimentos menores que  $d^*$  son llamados carga de lavado porque serán desaparecidos por los caudales, dado que  $AF > CE$ .



Parte de los tamaños de sedimentos más grandes que  $d^*$  serán depositados sobre el lecho del río, y son llamados la carga de material de fondo debido a que  $ED > EB$ .

H.A. Einstein sugirió usar el  $d_{10}$  (significa el diámetro de la muestra de sedimento en que el diez por ciento en peso es menor que ese tamaño) del material del lecho como  $d^*$ .

### 12.3.5 Fórmulas de transporte de material de fondo

#### a. Fórmula de DuBoys (1879)

$$q_{sf} = \psi_D \tau_o (\tau_o - \tau_c) \quad (12.11)$$

en donde:

- $q_{sf}$ : carga unitaria de sedimento de fondo, en libras por segundo y por pie de ancho, [lb/s/ft]  
 $\psi_D$ : coeficiente, en función del diámetro mediano  $d_{50}$  del sedimento del lecho (con dimensión de [ft<sup>3</sup>/lb/s]) (ver Figura 12.7).

$$\tau_o = \gamma R h I \quad (12.12)$$

en donde:

- $\tau_o$ : esfuerzo al corte (lb/ft<sup>2</sup>)  
 $Rh$ : radio hidráulico de la sección (ft)  
 $I$ : pendiente de la corriente (ft/ft)  
 $\gamma$ : peso específico del agua (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $\tau_c$ : esfuerzo al corte crítico, en el cual el movimiento de sedimento del lecho se inicia (lb/ft<sup>2</sup>); es una función del diámetro mediano  $d_{50}$  del sedimento del lecho (ver Figura 12.7)

#### b. Fórmula de Meyer Peter

$$q_{sf} = 39.25 q^{1/3} I - 9.95 d_{50} \quad (12.13)$$

en donde:

- $q$ : descarga unitaria de agua, ((ft<sup>3</sup>/s)/ft)  
 $d_{50}$ : diámetro mediano del sedimento del lecho (ft)  
 $q_d$  e  $I$ : mismas variables definidas anteriormente en la fórmula de DuBoys.

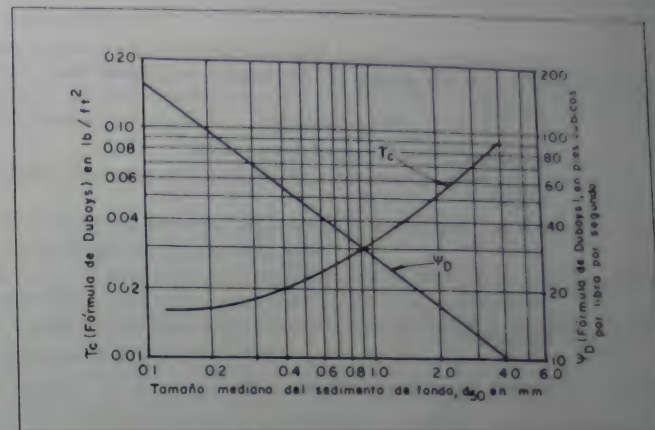


Figura 12.7. Coeficiente  $\psi_D$  y esfuerzo al corte crítico para la fórmula de DuBoys (Ecuación (12.11)) como función del tamaño mediano del sedimento del lecho.

En unidades métricas los coeficientes numéricos son 250 y 42.5 en lugar de 39.25 y 9.95, respectivamente.

Esta ecuación se ajustó bien a ríos con sedimentos cuyos diámetros medios variaron entre 3.1 y 28.6 mm.

#### c. Fórmula de Shields

$$q_{sf} = 10 q I \frac{\tau_o - \tau_c}{\left(\frac{\gamma_s}{\gamma} - 1\right) d_{50}} \quad (12.14)$$

en donde:

- $\gamma_s$ : peso específico de los granos de sedimento (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $\gamma$ : peso específico del agua (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $\tau_c$ : esfuerzo al corte crítico para el tamaño mediano de sedimento  $d_{50}$  (lb/ft<sup>2</sup>) (ver Figura 12.8)  
 $q_{sf}$ ,  $q$ ,  $I$ ,  $\tau_o$ : son las mismas variables definidas anteriormente en las fórmulas de DuBoys y Meyer Peter



La ecuación anterior es dimensionalmente homogénea, y por consiguiente las cantidades pueden ser expresadas en cualquier conjunto consistente de unidades.

#### d. Fórmula de Einstein-Brown (1950)

$$\phi = f\left(\frac{1}{\Psi}\right) \quad (12.15)$$

en donde:

$f(1/\Psi)$  está dada en la Figura 12.9.

$$\phi = \frac{q_{s1}}{\gamma_s F \sqrt{g \left( \frac{\gamma_s}{\gamma} - 1 \right) d_{s0}}} \quad (12.16)$$

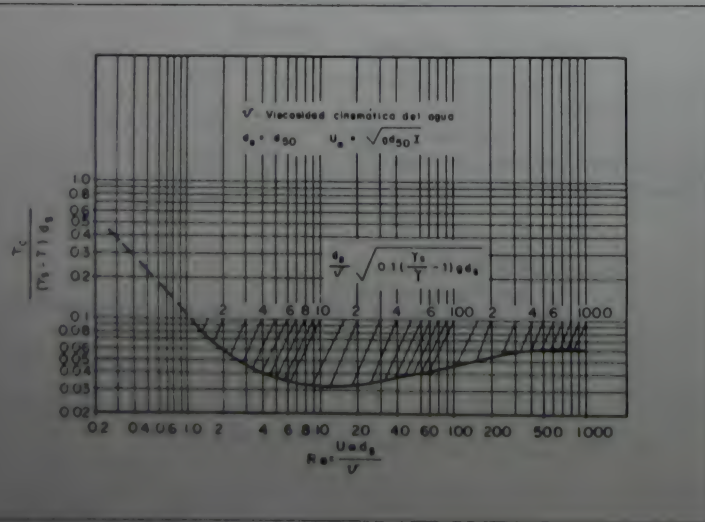


Figura 12.8 Diagrama de Shields

$$\frac{1}{\Psi} = \frac{\tau_o}{(\gamma_s - \gamma) d_{s0}} = \tau_o \quad (12.17)$$

$$F = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \nu^2}{g d_{s0}^3 \left( \frac{\gamma_s}{\gamma} - 1 \right)}} - \sqrt{\frac{36 \nu^2}{g d_{s0}^3 \left( \frac{\gamma_s}{\gamma} - 1 \right)}} \quad (12.18)$$

$$\phi = 40 \left( \frac{1}{\Psi} \right)^3 \text{ para } \frac{1}{\Psi} > 0.09 \quad (12.19)$$

en donde el único término no definido es  $\nu$ , la viscosidad cinemática del agua, en  $(m^2/s)$  o  $(ft^2/s)$ .

Las ecuaciones anteriores son válidas para cualquier sistema coherente de unidades.

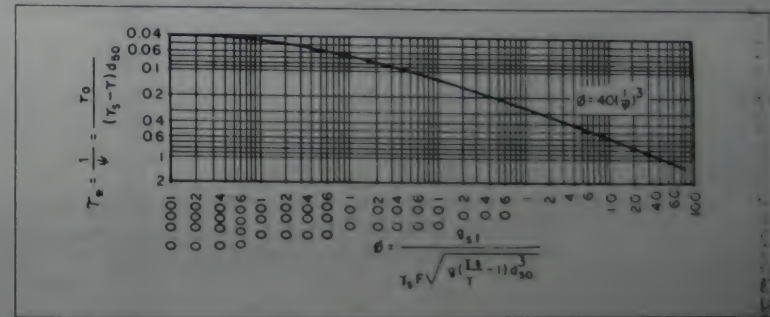


Figura 12.9 Diagrama para la fórmula de Einstein-Brown

#### e. Fórmulas de régimen

Algunos investigadores propusieron fórmulas para las cuales el transporte de sólidos en suspensión es tal que la erosión del lecho y la sedimentación se compensan. Estas fórmulas son muy útiles para verificar la estabilidad de un canal en cuanto a erosión y deposición de material se refiere. En esas fórmulas el caudal sólido en suspensión es también el caudal total, dado que el caudal sólido de fondo es prácticamente nulo.

## I. Fórmula de Conti

$$q_i^{3/4} = \frac{1}{f_1} (f_2 R_h I - 1) \quad (12.20)$$

siendo  $f_1 = 742.6 \text{ m/s}$

$$f_2 = \frac{23.95}{d} \frac{0.0727 + 10^{-1} d}{2.693 + 10^{-1} d} \quad (21.21)$$

en donde:

- $d$ : es el diámetro de sedimento en suspensión y de fondo (m)  
 $R_h$ : es el radio hidráulico (m)  
 $I$ : es la pendiente del canal (m/m)  
 $q_i$ : es la descarga de sedimentos ((kgf/s)/m)

## II. Fórmula de Blench

$$\frac{\left(1 + 0.12 \times 10^5 \frac{C_m}{\gamma}\right)^{1/12}}{\left(1 + \frac{1}{233} \times 10^5 \frac{C_m}{\gamma}\right)} = \frac{3.63 \text{ g } b^{1/4} q^{1/2} I}{K_m v^{1/4} (1.9 \sqrt{d_{50}})^{1/12}} \quad (12.22)$$

en donde:

- $C_m$ : concentración media de sedimentos (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $d_{50}$ : diámetro mediano del sedimento del lecho (mm)  
 $b$ : ancho del canal (ft)  
 $K_m$ : coeficiente de meandros, con valores de 1.25 para trechos rectos, 2.0 para ríos con meandros bien desarrollados, y 2.75 para ríos sinuosos  
 $\gamma$ : peso específico del agua (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $g$ : aceleración de la gravedad (ft/s<sup>2</sup>)  
 $q$ : descarga unitaria ((ft<sup>3</sup>/s)/ft)  
 $I$ : pendiente del canal (ft/ft)  
 $\nu$ : viscosidad cinemática del agua (ft<sup>2</sup>/s)

$$q_i = C_m q \quad (12.23)$$

- $q_i$ : descarga de sedimentos ((lb/ft/s)/ft)

## f. Otras fórmulas

Varios investigadores además de los citados han presentado fórmulas para el cálculo de transporte de sedimentos. Así, existen las fórmulas de Schoklish, Laursen, Colby, Engelund, Inglis-Lacy y Toffaleti.

## 12.3.6 Fórmula de Laursen para transporte total

La suma de las descargas de sedimento transportado en suspensión y en el lecho constituye la descarga total.

Las fórmulas de régimen dan la descarga en suspensión, que es prácticamente la descarga total, por no haber descarga en el lecho.

La fórmula de Laursen es presentada aquí porque da la descarga total, incluyendo la descarga en el lecho.

$$C_m = 0.01 \gamma \sum p_i \left( \frac{d_i}{d} \right)^3 \left| \frac{\tau_{ci}}{\tau_{ci}} - 1 \right| f \left( \frac{V^*}{W_i} \right) \quad (12.24)$$

$$\tau_{ci} = \frac{\rho V^2}{58} \left( \frac{d_{50}}{d} \right)^{1/2} \quad (12.25)$$

$$\tau_{ci} = \tau_{ci}^* (\gamma_i - \gamma) d_i \quad (12.26)$$

$$q_i = C_m q \quad (12.27)$$

$$V^* = \sqrt{gdI} \quad (12.28)$$

en donde:

- $d_i$ : diámetro de grano  $i$ , ft  
 $d_{50}$ : diámetro mediano del grano, ft  
 $W_i$ : velocidad de sedimentación de grano de diámetro  $d_i$  (ft/s) (ver Figura 12.3)  
 $f(V^*/W_i)$ : función dada por la Figura 12.10  
 $\gamma$ : peso unitario del agua (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $p_i$ : porcentaje del sedimento de fondo de diámetro  $d_i$   
 $d$ : profundidad del flujo (ft)

- $\tau_b$ : esfuerzo de corte del lecho, por Laursen, debido a la resistencia del grano (lbf/ft<sup>2</sup>)  
 $V$ : velocidad de esfuerzo de corte total (ft/s)  
 $\tau_c$ : esfuerzo cortante crítico adimensional, el cual es definido por Shields (ver Figura 12.8)  
 $V$ : velocidad media de la corriente (ft/s)  
 $\rho$ : densidad del agua (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $\gamma_s$ : peso unitario del sedimento (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $C_m$ : concentración media de sedimentos (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $q$ : descarga unitaria ((ft<sup>3</sup>/s)/ft)  
 $q_s$ : descarga unitaria de sedimentos ((lb/s)/ft)

Las fórmulas son dimensionalmente homogéneas, es decir que pueden ser utilizadas en cualquier sistema congruente de unidades.

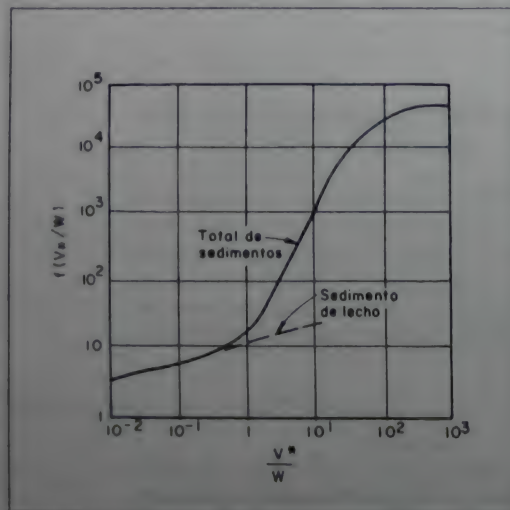


Figura 12.10: Función  $f(V^*/W)$  de la fórmula de Laursen

### 12.3.7 Conclusiones

El problema de determinar la descarga de sedimentos en las corrientes de agua está todavía abierto a las investigaciones. Ninguna fórmula puede ser aplicada con confianza en todos los casos.

Las fórmulas de descarga de sedimento en suspensión dan, en general esa descarga en función de la concentración a una cierta altura "a". Para aplicarlas se necesita tener por lo menos esa medida de concentración.

No se puede fijar *a priori* los porcentajes de descarga total que son transportados en suspensión y en el lecho. Así, se debe encontrar uno y otro para hallar la descarga total.

La fórmula de Laursen da automáticamente la descarga total de sedimentos.

Las fórmulas de Conti y Blench dan las descargas totales, pero admiten no tener descarga de lecho porque las cantidades erosionada y depositada se compensan en cada trecho, lo que es considerado en equilibrio.

Se muestra en la Figura 12.11 un gráfico debido a Vanoni, el cual por sí solo es una prueba de que el cálculo de la descarga de sedimentos está lejos de ser una ciencia precisa.

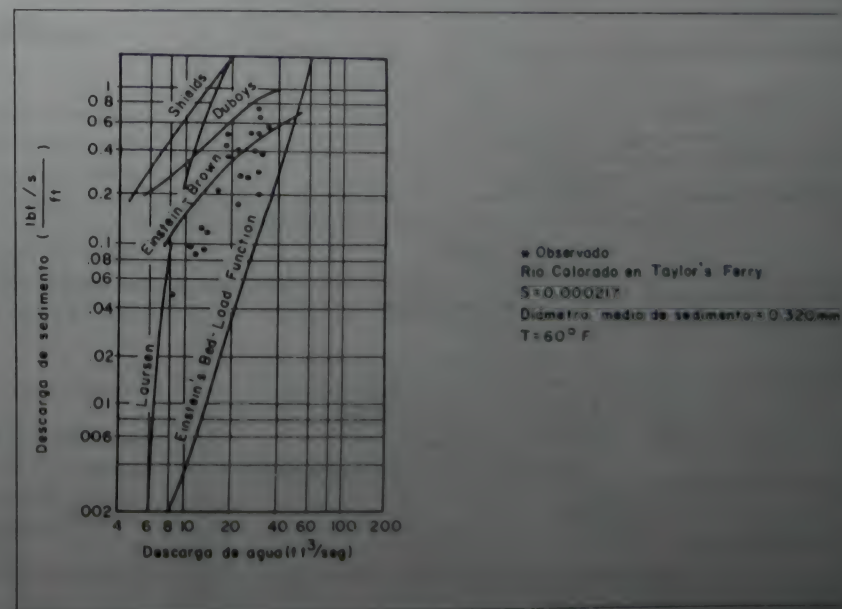


Figura 12.11: Curvas de caudal sólido-descarga para el río Colorado (USA)



## 12.4 MEDIDAS DE CONCENTRACIÓN DE SEDIMENTOS

### 12.4.1 Muestreadores de sedimentos en suspensión

Estos muestreadores deben tener formas aerodinámicas para causar el mínimo disturbio a la corriente. Deben retener una muestra que, posteriormente, seca en un calcinador, dé el peso del sedimento retenido. Una vez conocido el volumen de la muestra, se calcula la concentración, por ejemplo en gramos por litro. Muestreadores utilizados son el US P-61 y el US D-49.

### 12.4.2 Muestreadores de sedimento depositado en el lecho de los ríos

Según Linsley no hay ningún muestreador de sedimento de lecho enteramente satisfactorio. Existe un muestreador que opera por diferencia de presiones. En ese muestreador la entrada de agua consiste inicialmente en un estrechamiento con subsiguiente expansión que causa una disminución de presión y, posteriormente, disminución de velocidad, lo cual facilita la retención del sedimento.

### 12.4.3 Medida de la carga total de sedimento por eliminación del sedimento del lecho

Cuando el sedimento transportado en el lecho y en suspensión sea relativamente fino, un vertedero que cause bastante turbulencia puede ser usado para elevar toda la carga de sedimento del lecho en la corriente. Se mide, entonces, la concentración del sedimento en suspensión aguas arriba y aguas abajo del vertedero. La diferencia será la medida de la cantidad de sedimento del lecho. Este método es aplicable principalmente a corrientes de agua pequeñas.

## 12.5 COLMATACIÓN DE EMBALSES

Conforme ya fue dicho, la disminución de la velocidad de la corriente en los embalses facilita la decantación de los sedimentos.

Se acostumbra llamar eficiencia de retención del embalse a la relación entre la cantidad de sedimento retenido y la cantidad de sedimento que entra al embalse. Brune presenta un gráfico que da una idea de la variación de la eficiencia de retención en función de la relación entre la capacidad del embalse y el volumen anual de agua que llega a este (ver Figura 12.12).

El sedimento depositado en el fondo de los embalses sufre una acción de adensamiento que hace que su volumen disminuya con el tiempo.

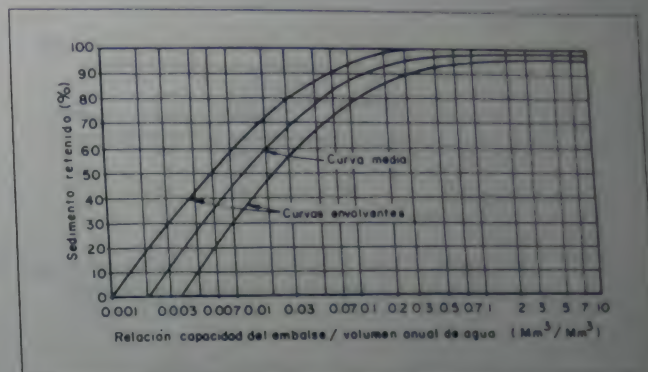


Figura 12.12. Curva de Brune para determinar la eficiencia de retención.

Por otro lado, de acuerdo con el método de Lara y Pemberton, las operaciones de los embalses fueron clasificadas en relación con el tipo de éstos, de la siguiente manera:

Cuadro 12.1. Tipo de embalse de acuerdo con su operación

TIPO	OPERACIÓN DEL EMBALSE
1	Sedimentos siempre sumergidos o casi siempre sumergidos
2	Desembalse normalmente moderado a considerable
3	Embalse normalmente vacío
4	Sedimentos del lecho de ríos

Adicionalmente, el peso unitario inicial de los depósitos de sedimentos en los embalses puede ser estimado usando la siguiente ecuación:

$$W_i = W_s P_s + W_m P_m + W_r P_r \quad (12.29)$$

donde:

- $W_i$ : peso unitario inicial del sedimento en el embalse (lb/ft³)
- $P_s, P_m, P_r$ : fracciones de arcilla, limo y arena, respectivamente, del sedimento entrante
- $W_s, W_m, W_r$ : pesos específicos de arcilla, limo y arena (lb/ft³), respectivamente, que pueden ser obtenidos del Cuadro 12.2

Cuadro 12.2. Pesos específicos de material de sedimento de acuerdo con la operación del embalse.

Tipo de embalse	$W_0$ (lb/ft <sup>3</sup> )	$W_m$ (lb/ft <sup>3</sup> )	$W_s$ (lb/ft <sup>3</sup> )
1	26	70	97
2	35	71	97
3	40	72	97
4	60	73	97

Finalmente, el peso unitario promedio de los sedimentos después de  $T$  años de operación del embalse puede expresarse como:

$$W_T = W_1 + 0.4343 K \left[ \frac{T}{T-1} (\ln T) - 1 \right] \quad (12.30)$$

donde:

- $W_T$ : peso unitario promedio después de  $T$  años de operación del embalse (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $W_1$ : peso unitario inicial derivado de la Ecuación (12.29) (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $K$ : constante, basada en el tipo de embalse ya definido y el análisis de la muestra de sedimentos, y obtenida del Cuadro 12.3 y de la Ecuación (12.31)

Cuadro 12.3. Valores de  $K$  de acuerdo con el tipo de embalse y la muestra de sedimentos.

Tipo de embalse	K		
	Arena $K_a$	Limo $K_m$	Arcilla $K_c$
1	0	5.7	16.0
2	0	1.0	8.4
3	0	0	0

$$K = K_a P_a + K_m P_m + K_c P_c \quad (12.31)$$

donde  $P_a$ ,  $P_m$  y  $P_c$  tienen el mismo significado que en la Ecuación (12.29).

Normalmente, para conocer la cantidad de sedimento existente en un embalse y sus variaciones, se hacen levantamientos batimétricos periódicos.

Existen importantes fenómenos ligados a la calidad de los sedimentos depositados en los embalses. Los sedimentos biodegradables, en general, causan problemas ligados a la cantidad de oxígeno de las aguas del embalse y tienen conexión con el problema de eutrofización o envejecimiento de los embalses.

Una vez conocidos los volúmenes anuales de sedimentos entrantes a un embalse determinado y sus granulometrías, y, por otro lado, tanto las curvas características de área y volumen del embalse como la forma de operación y su eficiencia de atrape de sedimentos —determinada de acuerdo con la curva de Brune—, se pueden estimar las curvas revisadas en el tiempo de área y volumen del embalse, por medio de métodos tales como el empírico de reducción del área o el de área-incremento.

UNIVERSIDAD DE COLOMBIA  
BIBLIOTECA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
BOGOTÁ

# **CAPITULO 13**

***Aguas  
subterráneas***



### 13.1 GENERALIDADES

**S**e tratan en este capítulo los asuntos relacionados con la ocurrencia de agua subterránea, los coeficientes que definen la cantidad de agua almacenada y la mayor o menor facilidad para retirarla del subsuelo, y los problemas relacionados con la recarga de acuíferos. Se define aquí un acuífero como la formación geológica que contiene agua que puede moverse en cantidades tales como para permitir un aprovechamiento económico.

La porosidad es igual al volumen de vacíos sobre el volumen total de la muestra, mientras que la porosidad efectiva es igual al volumen de agua que puede drenar de una muestra saturada sobre el volumen total de la muestra.

A continuación se presenta un cuadro de valores promedio de porosidad, porosidad efectiva y permeabilidad de diversos materiales.

**Cuadro 13.1.** Valores promedio de porosidad, porosidad efectiva y permeabilidad de diferentes materiales

MATERIALES	POROSIDAD (%)	POROSIDAD EFECTIVA (%)	PERMEABILIDAD (gpd/ft <sup>2</sup> )(1)
Arcilla	45	3	1
Arenas	35	25	800
Gravas	25	22	5000
Gravas y arena	20	16	2000
Arenisca	15	8	700
Material calcáreo	1	2	1
roo denso			
Cuarzo, granito	1	0.5	0.1

(1) gpd/ft<sup>2</sup> = galones por día/ft<sup>2</sup>

## 13.2 MODOS DE OCURRENCIA DE AGUAS SUBTERRÁNEAS

### 13.2.1 Acuífero freático

Es aquél en cuya superficie actúa la presión atmosférica.

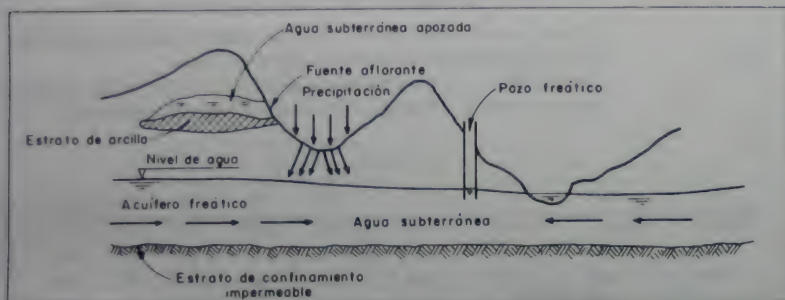


Figura 13.1. Acuífero freático.

### 13.2.2 Acuífero artesiano

Es una formación geológica que contiene agua a presión.

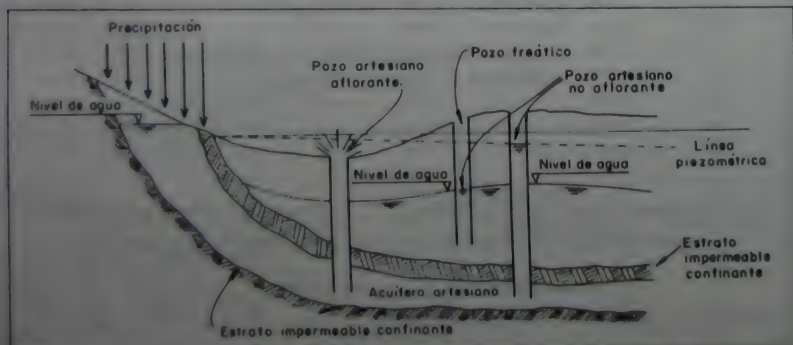


Figura 13.2. Acuífero artesiano.

Los pozos que retiran agua de un acuífero artesiano son llamados pozos artesianos. Estos pozos pueden ser aflorantes y no aflorantes. Los pozos que retiran agua del nivel freático son llamados pozos freáticos.

## 13.3 COEFICIENTES QUE DEFINEN UN ACUÍFERO

Cuando se bombea un caudal constante de un acuífero, el nivel de agua que ocupaba un plano horizontal, después del inicio del bombeo, pasa a tener superficies cónicas en torno al pozo. El abatimiento de esa superficie con el tiempo depende de la permeabilidad del acuífero y de la cantidad de agua en el almacenada.

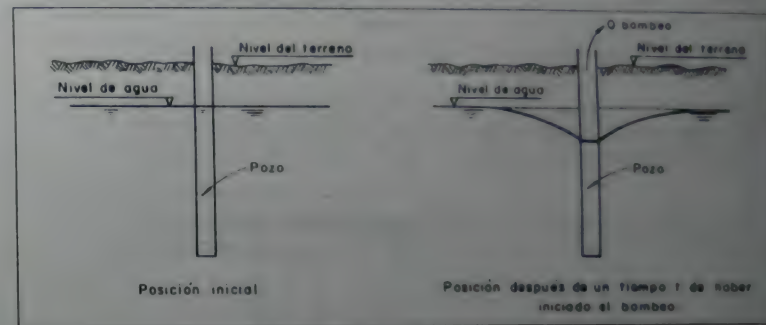


Figura 13.3. Posiciones inicial y final del nivel de agua en un pozo después de un tiempo de iniciado el bombeo.

Inversamente, cuando después de un largo periodo de bombeo se deja de bombear, la superficie cónica sube hasta llegar a la posición inicial antes de iniciar el bombeo.

Cuando se bombea de un acuífero artesiano, en vez de la superficie libre (nivel freático) se tiene una superficie piezométrica (nivel artesianos).

El estudio de ese movimiento no permanente de agua subterránea lleva a dos coeficientes que definen el acuífero: coeficiente de transmisibilidad y coeficiente de almacenamiento.

En los acuíferos freáticos prácticamente el almacenamiento está definido por la porosidad del material. Entretanto, en un acuífero artesiano, además de la porosidad existe el efecto de compresibilidad del agua y de la elasticidad del material. Así, de una unidad de volumen de un acuífero artesiano se puede sacar más agua que de una unidad de volumen de un acuífero freático con la misma porosidad.

### 13.3.1 Coeficiente de transmisibilidad (T)

Representa la capacidad del medio acuifero para transmitir agua en toda su altura o, en otras palabras, el caudal que atraviesa una faja de base unitaria y altura la del acuifero.

Este coeficiente de transmisibilidad (T) de un acuifero es igual al producto de la permeabilidad (K) por la altura del acuifero (h):

$$T = Kh \quad (13.1)$$

T en m<sup>2</sup>/día  
K en (m<sup>2</sup>/día)/m<sup>2</sup>  
h en m

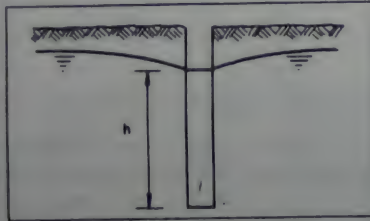


Figura 13.4. Coeficiente de transmisibilidad de un acuifero.

### 13.3.2 Coeficiente de almacenamiento (S)

Es el volumen unitario de agua descargado por un prisma vertical de base unitaria y altura la del acuifero, cuando desciende una unidad de longitud de altura piezométrica media.

$$S = \frac{V_{agua}}{A_{base} h_p} \quad (13.2)$$



Figura 13.5. Coeficiente de almacenamiento de un acuifero

## 13.4 DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE ALMACENAMIENTO (S) TRANSMISIBILIDAD (T)

### 13.4.1 Lineamientos teóricos

Existen varios métodos que procuran determinar los coeficientes S. Entre esos métodos se presenta aquí el de Theis.

Aplicando la ecuación de continuidad a un volumen de control cónico a un pozo, Theis, en 1935, dedujo la siguiente ecuación:

$$z = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

en donde:

- r: distancia radial desde el pozo donde se está bombeando hasta el pozo de observación (m)
- t: tiempo desde el inicio del bombeo (días)
- Q: caudal de bombeo (m<sup>3</sup>/día)
- z: abatimiento de la superficie piezométrica en el pozo de observación (m)
- T: coeficiente de transmisibilidad (m<sup>2</sup>/día)
- S: coeficiente de almacenamiento (-)

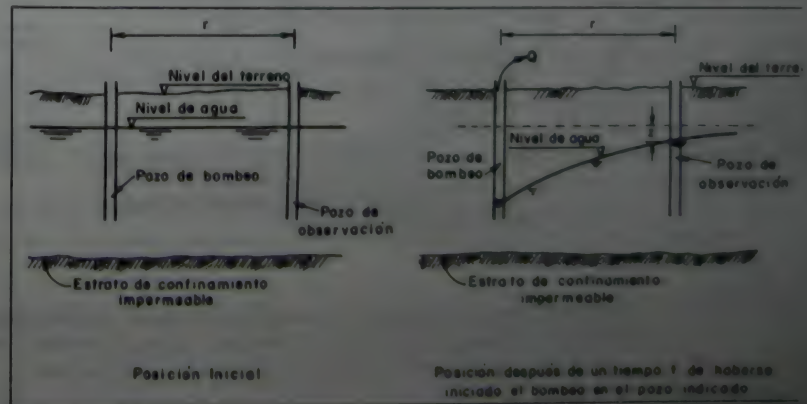


Figura 13.6. Determinación de coeficientes de almacenamiento y transmisibilidad de un acuifero



Se pueden calcular los valores de la integral de la fórmula:

$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (13.5)$$

Estos valores se presentan en el Cuadro 13.2.  $W(u)$  es también un valor adimensional que puede ser aproximado por la serie:

$$W(u) = -0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \times 2!} + \frac{u^3}{3 \times 3!} \quad (13.6)$$

**Cuadro 13.2** Valores de  $W(u)$  para diferentes valores de  $u$  (según Wenzel)

$u$	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
$10^{-1}$	0.219	0.049	0.013	0.0038	0.00114	0.00036	0.00012	0.000038	0.000012
$10^{-2}$	1.82	3.22	0.91	0.70	0.56	0.45	0.37	0.31	0.26
$10^{-3}$	4.04	3.35	2.96	2.68	2.48	2.20	2.15	2.03	1.92
$10^{-4}$	15.30	9.64	5.23	4.95	4.73	4.54	4.39	4.26	4.14
$10^{-5}$	8.63	7.94	7.33	7.25	7.02	6.84	6.69	6.55	6.44
$10^{-6}$	10.98	10.24	9.84	9.55	9.33	9.14	8.99	8.86	8.74
$10^{-7}$	13.24	12.55	12.14	11.85	11.63	11.45	11.29	11.16	11.04
$10^{-8}$	15.54	14.85	14.44	14.15	13.93	13.75	13.60	13.46	13.34
$10^{-9}$	17.84	17.15	16.74	16.46	16.23	16.05	15.90	15.76	15.65
$10^{-10}$	20.15	19.45	19.05	18.76	18.54	18.25	18.20	18.07	17.95
$10^{-11}$	22.45	21.76	21.25	21.06	20.84	20.66	20.50	20.37	20.25
$10^{-12}$	24.75	24.06	23.66	23.36	23.14	22.96	22.81	22.67	22.55
$10^{-13}$	27.06	26.38	25.95	25.66	25.44	25.26	25.11	24.97	24.86
$10^{-14}$	29.36	28.68	28.26	27.97	27.75	27.56	27.41	27.28	27.16
$10^{-15}$	31.66	30.97	30.56	30.27	30.05	29.87	29.71	29.58	29.46
$10^{-16}$	33.96	33.27	32.86	32.56	32.35	32.17	32.02	31.88	31.76

Los datos de campo necesarios para la determinación de los coeficientes de transmisibilidad y almacenamiento son:

- Tiempo desde el inicio del bombeo.
- Abatimiento  $z$  en un pozo de observación a una distancia  $r$  del pozo donde se hace el bombeo.
- Caudal de bombeo constante  $Q$ .

Con estos datos se calculan los valores de  $r^2/t$ , los cuales deberán ser trazados en un gráfico como función de los abatimientos  $z$ , en papel doblemente logarítmico.

Pero observando las ecuaciones (13.3) y (13.15) se puede ver que:

$$z = \frac{Q}{4 \pi T} W(u) \quad (13.7)$$

Por la Ecuación (13.7),  $z$  es igual a una constante multiplicada por  $W(u)$ . Por otro lado, de acuerdo con la Ecuación (13.4),  $u$  es igual a una constante multiplicada por  $r^2/t$ .

De esta manera, los gráficos  $z$  vs  $r^2/t$  y  $W(u)$  vs.  $u$  deben ser semejantes.

Constituyendo un gráfico genérico de  $W(u)$  vs.  $u$  y superponiéndolo sobre el gráfico  $z$  vs  $r^2/t$ , se puede escoger un punto de esta superposición que dará los valores de las constantes que ligán  $z$  con  $W(u)$  y  $u$  con  $r^2/t$ .

Sean  $z_0$  con  $r_0^2/t_0$  y  $u_0$  con  $W(u_0)$  el punto de superposición, entonces por las ecuaciones:

$$u_0 = \frac{S}{4T} \frac{r_0^2}{t_0} \quad (13.8)$$

$$z_0 = \frac{Q}{4 \pi T} W(u_0) \quad (13.9)$$

las únicas incógnitas son  $S$  y  $T$ , las cuales pueden ser, entonces, determinadas.

### 13.4.2 Ejemplo

El registro de abatimiento contra tiempo de un pozo de observación a 115 m de un pozo de bombeo, con un caudal de extracción constante de 2000 lt/minuto, se muestra en el Cuadro 13.3. Encuentrense los coeficientes de transmisibilidad y almacenamiento del acuífero. Utilícese el método de Theis.

Cuadro 13.3. Ejemplo de cálculo de los coeficientes de transmisibilidad y almacenamiento de un acuífero

TIEMPO (horas)	ABATIMIENTO (m)	$r^2/t$ (m <sup>2</sup> /día)
1.9	0.11	167 052.63
2.1	0.12	151 142.86
2.4	0.15	132 250.00
2.9	0.17	109 448.28
3.7	0.20	85 783.78
4.9	0.24	64 775.51
7.3	0.32	43 479.45
9.8	0.43	32 387.76
12.2	0.49	26 016.39
14.7	0.55	22 352.11
16.3	0.59	19 472.39
18.4	0.63	17 250.00
21.0	0.67	15 114.29
24.4	0.71	13 008.20

$$Q = 2.000 \frac{lt}{\text{minuto}} \times \frac{1m^3}{1000 lt} \times \frac{60min}{1hr} \times \frac{24hr}{1 día} = 2880 m^3/día$$

$$de (13.9) \quad T = \frac{Q}{z_o 4 \pi} W(u_o) = \frac{2880 m^3/día \times 1.05}{0.32 \times 4 \pi} = 752 m^2/día$$

$$de (13.8) \quad S = \frac{u_o 4T}{(r_o^2/t_o)} = \frac{752 m^2/día \times 4 \times 2.5 \times 10^{-1}}{5 \times 10^4 m^2/día} = 0.015$$

De la superposición de los gráficos de las Figuras 13.7 y 13.8 se tiene:

$$r_o^2/t_o = 5 \times 10^4 m^2/día$$

$$z_o = 0.32 m$$

$$u_o = 2.5 \times 10^{-1}$$

$$W(u_o) = 1.05$$

$$u_o = \frac{S r_o^2}{4T t_o} \quad (13.8)$$

$$z_o = \frac{Q}{4 \pi T} W(u_o) \quad (13.9)$$



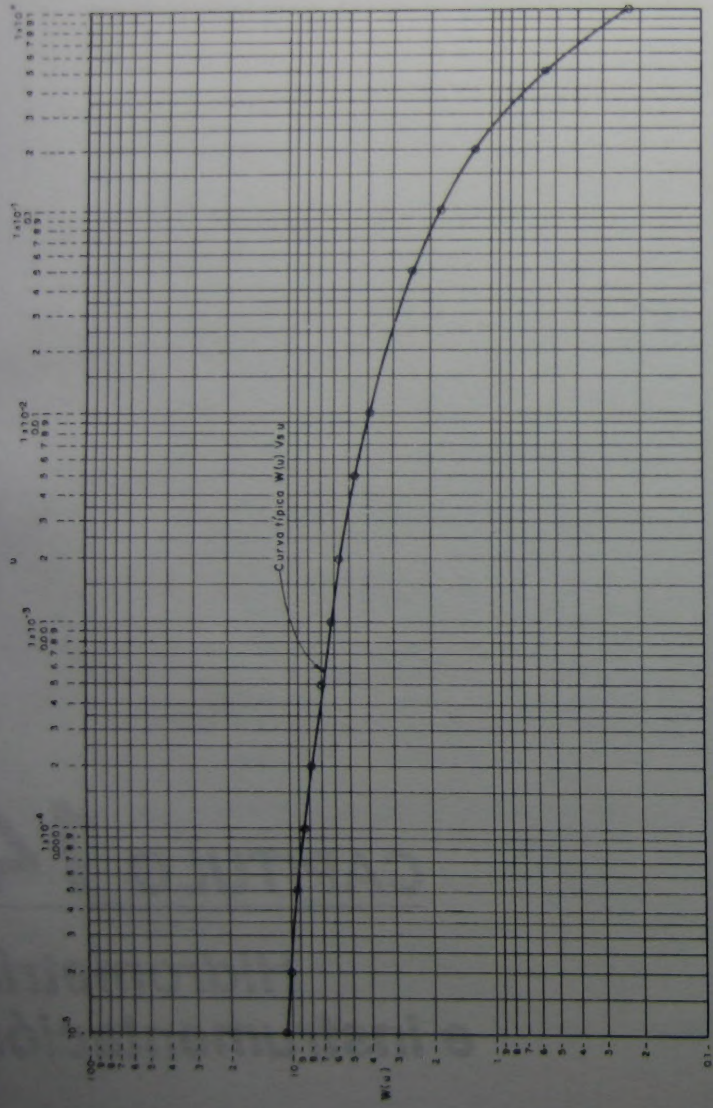
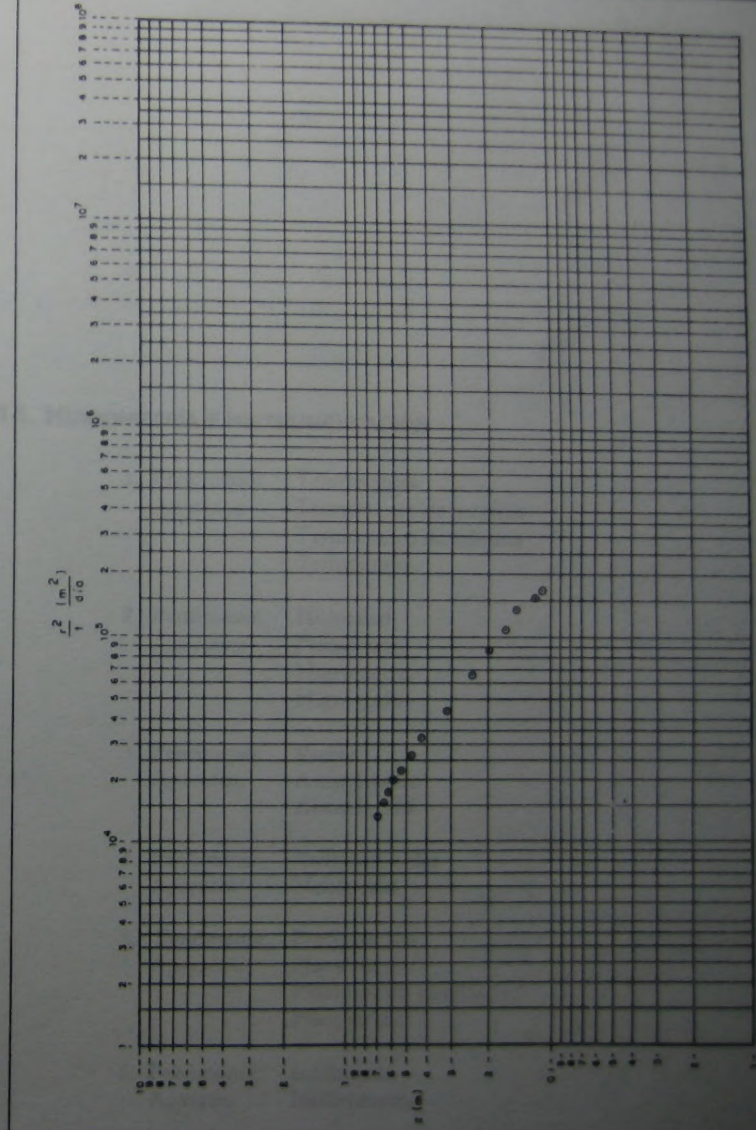


Figura 13.7. Curva genérica  $W(u)$  Vs  $u$ .





# **CAPITULO 14**

***Hidrometría  
e instrumentación***

#### 14. HIDROMETRÍA E INSTRUMENTACIÓN

1. Fenómeno: Temperatura  
Aparatos: Termómetro de máxima  
Termómetro de mínima  
Termógrafo
2. Fenómeno: Humedad  
Aparatos: Psicrómetro  
Higrómetro  
Higrógrafo
3. Fenómeno: Viento  
Aparatos: Anemómetro  
Anemógrafo
4. Fenómeno: Radiación solar  
Aparato: Heliógrafo
5. Fenómeno: Precipitación  
Aparatos: Pluviómetro  
Pluviómetro totalizador  
Pluviógrafo
6. Fenómeno: Infiltración  
Aparato: Infiltrómetro



7. Fenómeno: Evaporación y evapotranspiración  
Aparato: Evaporímetro  
Evapotranspirómetro
8. Fenómeno: Escorrentía superficial  
Aparatos: Limnígrafo  
Limnómetro  
Molinete  
Vertedero
9. Fenómeno: Sedimentación  
Aparatos: Muestreador de sedimentos en suspensión (US P-61,  
US D-49)  
Muestreador de sedimentos de fondo

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Linsley, Kohler & Paulhus, *Hidrología para ingenieros*, Editorial McGraw-Hill Latinoamericana S. A., Segunda Edición, Bogotá, Colombia, 1977.
- Chow, V. T. (ed.): *Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- Linsley, R. K., and Franzini, J. B. *Water Resources Engineering*, 2nd. Ed., McGraw-Hill, New York, 1972.
- Hjelmfelt, A. T., Cassidy, J. J., *Hydrology for Engineers and Planners*, Iowa State University Press/Ames, Iowa, 1975.
- Wisler, C. O., and Brater, E. F., *Hydrology*, 2nd. Ed., Wiley, New York, 1959.
- Marcondes, V. S., Mattos, A., *Hidrología aplicada*, Editorial McGraw-Hill Do Brasil, Ltda., São Paulo, 1975.
- Schulz, E. F., *Problems in Applied Hydrology*, Water Resources Publications, P. O. Box 303, Fort Collins, Colorado 80521, U. S. A., Revised 1976.